**Maria do Carmo Simões Botelho**

Licenciada em Matemática

# Relatório de Estágio

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no
Secundário

Orientador: Doutora Helena Cristina Oitavem Fonseca da Rocha, Professora Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Lisboa
Co-orientador: Licenciada Paula Maria Castro Amaro Santos Reis, Professora, Escola Secundária com 3.º Ciclo Padre António Vieira

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Maria Helena Coutinho Gomes de Almeida Santos
Arguente(s): Prof. Doutor Filipe José Gonçalves Pereira Marques
Vogal(ais): Prof. Doutora Helena Cristina Oitavem Fonseca da Rocha
Licenciada Paula Maria Castro Amaro Santos Reis

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**junho de 2014**

**Relatório de Estágio**

**Dedicatória**

Dedico esta investigação a todos os curiosos que se interessam por esta temática, desejando-lhes uma boa viagem pela descoberta de um processo de avaliação das aprendizagens, num grupo de cinco alunos do 10.º ano.

**Agradecimentos**

Desde muito cedo senti que a Matemática era a minha paixão. Na escola ajudava os meus colegas quando estes apresentavam dúvidas, tentando mostrar-lhes que esta podia ser divertida e entusiasmante. Assim, fui conseguindo desenvolver esta apetência pedagógica.

Por isso a escolha pela Licenciatura em Matemática foi sempre uma certeza constante no meu percurso escolar. A opção pelo Mestrado no Ensino da Matemática foi mais uma conquista que me propus concretizar, tendo-se tornado numa experiência muito gratificante.

Em primeiro lugar gostaria de agradecer aos professores que me acompanharam neste percurso, em especial à minha orientadora, Professora Doutora Helena Rocha pela partilha e dedicação em assumir este compromisso académico, pela força transmitida e ainda por me fazer acreditar que o caminho era este.

À minha orientadora de estágio, Professora Paula Reis, por ter aceitado partilhar a lecionação de uma turma de 10.º ano, transmitindo-me o verdadeiro espírito de missão de quem está no ensino por vocação.

Ao António Pedro por me ter permitido participar num projeto inovador onde foi possível ensinar matemática através da arte.

À minha família por ter compreendido as minhas ausências, mostrando-se sempre disponível para aceitar as minhas incertezas.

À minha amiga Patrícia que num gesto firme, persistente e de incomensurável amizade, me foi lembrando que as dificuldades nos tornam mais fortes e que apesar de não ser fácil, continua a ser bom ir à luta por aquilo em que acredito.

Aos participantes desta investigação, Mário, Alfredo, Melanie, Mónica e Joana, por terem abraçado todas as atividades que lhes propus, aceitando-as como um desafio.

**A todos um muito obrigado!**

**Resumo**

O presente trabalho surge no âmbito de um estágio pedagógico feito numa turma do 10.º ano do curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias, no ano letivo 2013/2014.

A primeira parte do trabalho reflete a prática pedagógica supervisionada, onde são enumeradas e descritas as diversas atividades desenvolvidas pela estagiária, nas quais participou ativamente. É também feita uma breve caracterização da escola, do seu sistema didático e projeto educativo, do plano de atividades do grupo de matemática e ainda a sua oferta educativa. Posteriormente é efetuada uma caracterização da turma e de algumas ações promovidas e dinamizadas pelo núcleo de estágio. O estágio teve como objetivo desenvolver na estagiária competências para uma futura prática pedagógica.

Na segunda parte deste documento é apresentado o trabalho de investigação, cujo objeto de estudo consistiu em identificar o papel da resolução de problemas, da comunicação e raciocínio matemático, no processo de avaliação das aprendizagens, em cinco alunos de uma turma do 10.º ano, que a estagiária acompanhou. Relativamente ao quadro teórico, este pretende definir os conceitos necessários face ao tema proposto, onde a investigadora através da resolução de problemas, do raciocínio e da comunicação matemática, conseguiu compreender e refletir sobre o processo de avaliação das aprendizagens.

A metodologia escolhida para a abordagem desta problemática é uma metodologia de natureza qualitativa, tendo assim optado pelo método estudo de caso, em que foram aplicadas as técnicas de entrevista semiestruturada e tarefas aos alunos participantes.

O resultado obtido através da aplicação destas técnicas, permite averiguar o processo individual do ensino-aprendizagem de cada um destes cinco alunos, esperando que os dados obtidos possam de alguma forma contribuir para o conhecimento do ensino da matemática.

**Palavras-chave:** ensino da matemática, avaliação das aprendizagens, resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática.

**Abstract**

The present work is the result of a teaching internship done with a 10th grade class of the Science and Technology course of the Humanities and Social Sciences area during the academic year of 2013-2014.

The first part of this work reflects the supervised pedagogical training, where we outline and describe the various activities that were developed by the teacher-in-training and in which she participated actively. It also contains a brief description of the type of school, its didactic system and education plan, the activities planned by the Mathematics group and the school curriculum. Subsequently, we also characterize the class and some activities that were designed and promoted by the teaching training group. The aim of the teaching internship was to develop the trainee's competence with regard to her future teaching profession.

In the second part of this document we present the research work, which aimed to identify the role of problem solving and mathematical thinking and communication in the assessment of student learning regarding five students in a 10th grade class whom the teacher-in-training worked with. In relation to the theoretical framework, the objective is to define relevant concepts for the proposed theme, in which the researcher (through problem solving and mathematical thinking and communication) was able to understand and to reflect about the assessment of student learning.

The methodology selected for examining these issues was a qualitative methodology. Therefore, we chose a case study method, where the participants were subjected to semi-structured interview techniques and tasks.

The results obtained by applying these techniques allow us to assess the teaching/learning process of these five students. We thereby expect that the data obtained may in some way contribute to the understanding of Mathematics teaching.

**Keywords:** Mathematics teaching, assessment of student learning, problem solving, mathematical thinking and communication.

**Índice**

**Índice de figuras**

**Índice de quadros**

**Lista de abreviaturas**

**APM –** Associação de Professores de Matemática
**CA –** Caderno de Apoio
**CEB –** Ciclo de Ensino Básico
**CT –** Ciências e Tecnologias
**D. R. –** Diário da República
**ESPAV –** Escola Secundária com 3.º Ciclo Padre António Vieira
**FCT –UNL –**Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
**IAVE –** Instituto de Avaliação Educacional
**NCTM –** National Council of Teachers of Mathematics
**PAA –** Plano Anual de Atividades
**QA –** Questões aula

# PARTE I – RELATÓRIO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

## Introdução

Esta dissertação de mestrado é composta por duas partes. A Parte I diz respeito ao Relatório de Estágio, que pretende refletir a prática pedagógica da estagiária. A Parte II versa sobre a investigação realizada com 5 alunos da turma de 10.º ano da ESPAV.

O estágio teve início em setembro do ano letivo 2013/2014, na Escola Secundaria Padre António Vieira com 3.º Ciclo e Secundário. A estagiária teve como orientadora a Professora Paula Reis, tendo tido a oportunidade de lecionar uma turma de 10.º ano, conjuntamente com a Professora da turma e também orientadora do estágio.

A estagiária teve cinco aulas assistidas com a supervisão dos Professores da Universidade, Professora Doutora Maria Helena Santos e Professor Doutor Filipe Marques. Para além destes momentos de caráter avaliativo, a estagiária ainda teve a possibilidade de se envolver em diversas atividades tais como o acompanhamento na construção dos planos de aula, participação nas aulas de apoio, assim como o projeto 10x10.

O presente relatório encontra-se dividido em cinco capítulos. No capítulo 1 encontra-se uma breve caraterização da escola, do seu projeto educativo, do plano de atividades do Grupo de Matemática e da Oferta Educativa.

O capítulo 2 ilustra a caraterização do sistema didático, caraterização da turma, descrição do Manual e ainda, a referência às calculadoras gráficas utilizadas.

No capítulo 3 é apresentada uma prática pedagógica, referindo a planificação e execução da aula do 8.º ano e das aulas do 10.º ano, bem como a participação nas aulas de apoio e a concepção e correção dos testes.

No capítulo 4 é descrito o núcleo de estágio, bem como as atividades em que esta colaborou, tais como: olimpíada portuguesa da matemática, campeonato nacional de jogos matemáticos, canguru matemático sem fronteiras, problema quinzenal, e ainda visitas de estudo à exposição MATER-Matemática do Planeta Terra. O relatório de estágio finaliza no capitulo 5 com o projeto 10x10 promovido pela Fundação Calouste Gulbenkian.

## Capítulo 1. A Escola

O presente capítulo pretende caraterizar e dar a conhecer, de forma genérica, a Escola Secundária com 3.º ciclo Padre António Vieira (ESPAV), assim como a sua oferta educativa, estrutura física, administrativa e social.

### 1.1 O Patrono

Padre António Vieira nasceu em Lisboa, a 6 de Fevereiro de 1608, na freguesia da Sé, em Lisboa. Com 6 anos de idade, parte com a família para o Brasil, devido à nomeação do pai para escrivão da Relação na Baía, tendo iniciado os estudos, no Colégio dos Jesuítas, conhecido pela disciplina imposta aos seus educandos.

Figura 1.1 Retrato de Padre António Vieira

Inicialmente não era considerado um aluno brilhante mas, por volta dos catorze anos, revela-se extraordinário na escrita e na forma como dominava o latim.

É por volta desta época que nele desperta o chamamento para a vida religiosa.

Aos dezasseis anos é escolhido para redigir em latim o relatório para o Geral da Companhia, tornando-se mais tarde professor de retórica num dos colégios Jesuítas. Apesar do exercício da docência, este revela outros desejos, como ser apóstolo, missionário e converter os índios para a fé católica.

Em 1624 os holandeses invadem a Baía, levando ao êxodo de todos quantos aí viviam, incluindo os Jesuítas. É nesse momento que António Vieira se aproxima das populações mais desfavorecidas, principalmente os indígenas, sujeitos a todo o tipo de torturas e humilhações. É nesta missão que António Vieira se sente realizado e encontra a sua verdadeira vocação de vida.

Em 1635 é ordenado padre, vindo a ser conhecido pela sua oratória. Em 1652 profere um dos seus mais célebres sermões – Sermão de Santo António aos Peixes.

Com as diversas alterações ocorridas com a governação do país, é várias vezes desterrado, sendo preso pela Inquisição em 1665 e proibido de pregar.

Com o afastamento de D. Afonso VI, Padre António Vieira é amnistiado mas continua a ser impedido de falar ou escrever. Parte para Roma onde atinge grande notoriedade com os seus Sermões. Forte crítico dos métodos utilizados pela Inquisição em Portugal, continua a defender com entusiasmo os chamados cristãos novos, vendo o primeiro volume dos seus Sermões publicado em 1679. Regressa ao Brasil no ano de 1681, onde continua o seu trabalho de evangelização.

Em 1688 é nomeado Visitador Geral dos Jesuítas no Brasil, tendo em 1691 resignado ao cargo pela sua avançada idade, vindo a falecer em 1697.

## 1.2 História da Instituição

A Escola Secundária com 3.º ciclo Padre António Vieira (ESPAV), onde decorreu o estágio pedagógico, está localizada na Rua Marquês de Soveral, em Alvalade, concelho de Lisboa. Foi inaugurada em 1965 e destinava-se a acolher cerca de 700 alunos. Até ao 25 de Abril de 1974 foi um liceu masculino, passando mais tarde a escola secundária de população mista. A partir desta data, a ESPAV passou a integrar um número crescente de alunos provenientes de bairros periféricos e também de outras freguesias e concelhos[1].

O projeto arquitetónico é da autoria do arquiteto Rui d'Athouguia tendo em 2011 sofrido obras do Parque Escolar.

Em 3 de julho de 2012 foi criado o Agrupamento de Escolas de Alvalade, constituído pelos seguintes estabelecimentos de ensino:

- Escola Básica 1.º ciclo Teixeira de Pascoais e jardim de infância;
- Escola Básica do 1.º ciclo São João de Brito;
- Escola Básica do 2.º e 3.º ciclos Almirante Gago Coutinho;
- Escola Secundária com 3.º ciclo Padre António Vieira.

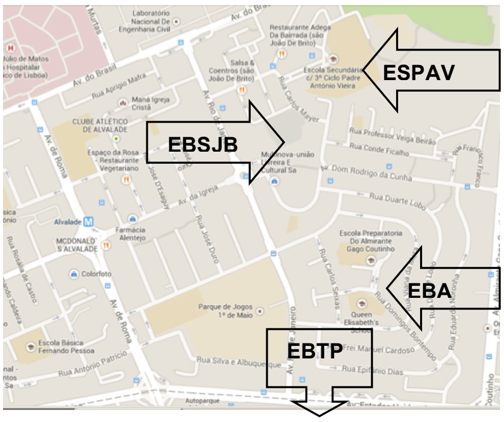



Figura 1.2 Localização das escolas do Agrupamento de Alvalade

[1] *In:* http://www.ige.min-edu.pt/, consultado em 9 de abril de 2014, pelas 20h00

### 1.3 Recursos Físicos

O Liceu Padre António Vieira, atual ESPAV, é uma obra dos anos 60, da autoria do Arquiteto Ruy d'Athouguia. Em 2008 foi intervencionada através do programa da Parque Escolar, sendo o projeto de requalificação da responsabilidade da Arquiteta Teresa Nunes da Ponte.

A intervenção caraterizou-se pelo restauro do edifício existente e pela construção de três novos blocos, assim como na colocação de cobertura num dos campos de jogos.

Relativamente à estrutura física, a escola dispõe de dois edifícios principais, designados por A e B e dos seguintes espaços:

Quadro 1.1 Distribuição de recursos da escola

| Edifício | | Espaço |
|---|---|---|
| Edifício Principal | 4 | Salas da Direção |
| | 2 | Sala dos Diretores de Turma |
| | 1 | Sala da Associação de Pais |
| | 1 | Biblioteca/Mediateca |
| | 2 | Secretaria |
| | 1 | Posto Médico |
| | 1 | Sala de Apoio ao Pessoal não docente |
| | 1 | Serviços de Psicologia e Orientação |
| A | 21 | Sala de Aulas |
| | 3 | Laboratório de Física e Química |
| | 2 | Sala TIC |
| | 1 | Sala de Desenho |
| | 5 | Salas de Apoio |
| | 4 | Salas de Trabalho |
| B | 1 | Auditório |
| | 1 | Bar |
| | 1 | Associação de Estudantes |
| | 1 | Refeitório |
| | 1 | Reprografia |
| | 2 | Sala de Artes Visuais |
| | 4 | Sala de Desenho |
| | 4 | Sala TIC |
| | 2 | Laboratórios Biologia |
| | 1 | Sala de Professores |
| | 1 | Campo Exterior |
| | 1 | Campo Exterior Coberto |
| | 2 | Ginásio |

### 1.4 Projeto Educativo

De acordo com o Decreto-Lei n.º 137/2012 de 2 de julho, no seu artigo 9.º, os agrupamentos de escolas deverão ter o seu próprio Plano Anual de Atividades (PAA), em função do projeto educativo delineado, dos objetivos que se propõem atingir, das atividades a desenvolver, assim como a sua organização e programação, sendo ainda de crucial importância a identificação dos recursos necessários à sua concretização.[2]

Estando o Projeto Educativo ainda em fase de elaboração, o agrupamento tem como principal missão «*Melhorar o sucesso dos nossos alunos* (...) em torno de grandes eixos», a saber:[3]

- A sala de aula (Gestão e Organização Pedagógica e Resultados Escolares)
- Ambiente da escola/sentido de pertença
- Relação escola-família
- Comunicação
- Formação de professores
- Projetos/Parcerias/Protocolos
- Organização interna das estruturas

Colocando em primeiro lugar a preocupação e interesse em estimular as aprendizagens dos alunos, o Agrupamento de Escolas de Alvalade onde se insere a ESPAV, assumiu como missão diversificar as estratégias e metodologias de ensino e aprendizagem, tais como: visitas de estudo, apoio educativo, diferenciação pedagógica, exposições e conferências.[4]

No PAA a motivação e o sentimento de pertença serão fatores essenciais a desenvolver nos alunos, para a melhoria do ambiente escolar, nomeadamente na assiduidade, na pontualidade, na disciplina, refletindo-se no bem-estar de toda a comunidade educativa.[5]

Como refere o PAA do Agrupamento de Escolas de Alvalade as atividades serão promovidas pelos:

• Departamentos Curriculares/Grupos de recrutamento, enquanto responsáveis pela planificação científica e pedagógica nas várias disciplinas;

• Conselhos de Turma/Equipas Pedagógicas, enquanto responsáveis pela adequação pedagógica do currículo à turma, tal como consta do Plano de Trabalho de Turma;

• Órgãos de Gestão, serviços de apoio e projetos no âmbito da sua especificidade de ação.[6]

---

[2] Baseado no documento fornecido pela diretora da ESPAV, o PAA, a 5 de novembro de 2013
[3] Baseado no documento fornecido pela diretora da ESPAV, o PAA, a 5 de novembro de 2013
[4] Baseado no documento fornecido pela diretora da ESPAV, o PAA, a 5 de novembro de 2013
[5] Baseado no documento fornecido pela diretora da ESPAV, o PAA, a 5 de novembro de 2013
[6] Baseado no documento fornecido pela diretora da ESPAV, o PAA, a 5 de novembro de 2013

## 1.5 Plano de atividades do Grupo de Matemática

O Grupo de Matemática, grupo de recrutamento 500, pertence ao Departamento de Matemática e Computação da ESPAV.

As atividades propostas pelo Grupo 500 no PAA para o ano letivo 2013/2014 foram:

- Olimpíadas Portuguesas de Matemática (OPM);
- Jogos Matemáticos;
- Visita de estudo à exposição Mater-Matemática do Planeta Terra;
- Problema Quinzenal;
- Projeto 10x10;
- Canguru Matemático.

Para além destas atividades, no decorrer do ano letivo 2013/2014, o Grupo 500 organizou a participação da ESPAV no Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos. No capítulo 4 encontra-se uma breve descrição de cada uma destas atividades, bem como a participação da estagiária nas mesmas.

## 1.6 Oferta educativa[7]

No ano lectivo 2013/2014, a ESPAV integra um total de 55 turmas distribuídas pelo 3.º ciclo e secundário, incluindo os cursos profissionais e vocacionais, perfazendo um total de 1080 alunos.

Quadro 1.2 Oferta Educativa do 3.ºciclo da ESPAV

| **3.ºciclo** | |
|---|---|
| **Ensino Básico do 3.º ciclo** | Língua estrangeira II – Francês |
| | Língua estrangeira II – Espanhol |
| **Percursos Qualificantes** | Desporto |
| | Artes |
| | Informática |

Quadro1. 3 Oferta Educativa do ensino secundário da ESPAV

| **Ensino Secundário** | |
|---|---|
| **Curso Científico-Humanísticos** | Ciências e Tecnologias |
| | Artes Visuais |
| | Línguas e Humanidades |
| **Cursos Profissionais** | Animação Sociocultural (10.º ano) |
| | Design de Equipamento (10.º ano) |
| | Gestão de Equipamentos Informáticos (10.º ano) |
| | Informática de Gestão (10.º ano) |

---

[7] *In:* http://aealvalade.edu.pt/, consultado dia 2 de abril, pelas 15h30

A distribuição dos alunos segundo a oferta educativa da escola, pode ser caraterizada da seguinte forma (quadros 1.4 e 1.5):

Quadro 1.4 Número de alunos no 3.ºciclo

| **3.º Ciclo** | |
|---|---|
| 3.º Ciclo do Ensino Básico | 318 |
| Vocacional de Desporto | 27 |
| Vocacional de Artes | 22 |
| Vocacional de Informática | 26 |
| Total | 393 |

Quadro 1.5 Número de alunos no secundário

| **Secundário** | |
|---|---|
| Ensino Secundário | 635 |
| Curso Profissional Animador Sociocultural | 19 |
| Curso Profissional Design de Equipamento | 11 |
| Curso Profissional Téc. Gestão de Equipamentos Informáticos | 22 |
| Total | 687 |

## Capítulo 2. Caraterização do Sistema Didático

### 2.1 Caraterização da turma

A turma 10.º CT2, do Curso de Ciências e Tecnologias, foi constituída com base nas disciplinas opcionais escolhidas pelos alunos no presente ano letivo 2013/2014, sendo estas: Física, Química, Biologia e Inglês, sendo os alunos provenientes de diferentes turmas e até de escolas diferentes.

Inicialmente a turma era constituída por vinte e sete alunos mas, com o decorrer do ano, passaram a ser apenas vinte e cinco por desistência de dois. Dos vinte e cinco alunos, doze são do sexo feminino e treze do sexo masculino.

No início do ano os alunos preencheram um questionário que solicitava dados biográficos, dados do encarregado de educação e informação sobre a composição do seu agregado familiar.

O questionário apresentava questões gerais relativas às disciplinas, às profissões pretendidas e à ocupação de tempos livres. Assim, verificou-se a pertinência de apresentar alguns dos resultados obtidos. As idades dos alunos estavam compreendidas entre os 14 e os 17 anos (figura 2.1).

Relativamente ao número de retenções, 36% dos alunos da turma já reprovaram pelo menos uma vez (figura 2.2).

Na turma podemos constatar que a função de encarregado de educação é principalmente desempenhada pela mãe (figura 2.3).

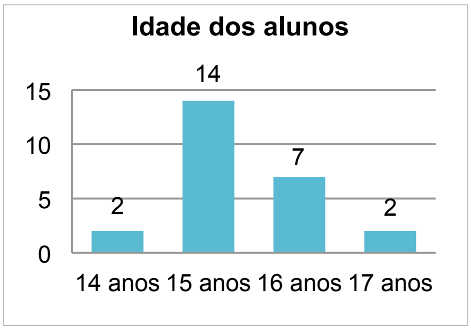



Figura 2.1 Distribuição das idades dos alunos da turma

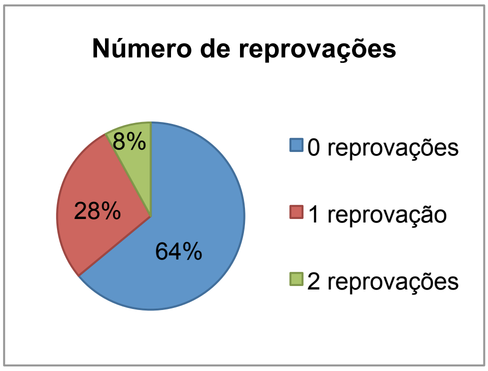



Figura 2.2 Distribuição das percentagens de reprovações

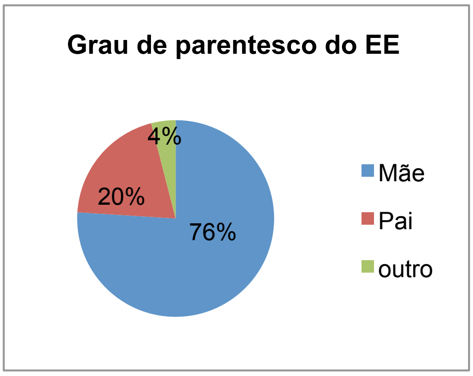



Figura 2.3 Grau de parentesco do encarregado de educação

Como podemos verificar nas figuras 2.4 e 2.5, a maior parte dos alunos desloca-se de autocarro para a escola e demora mais de 21 minutos nesse percurso.

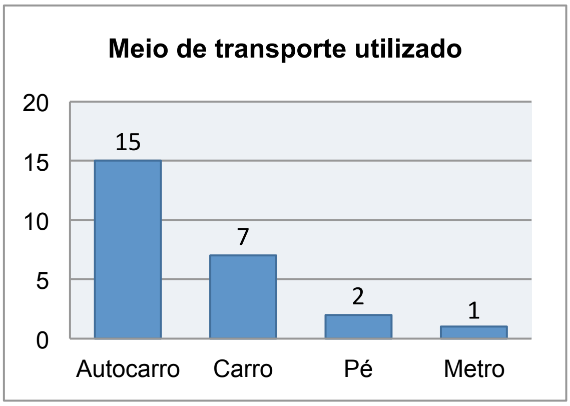



Figura 2.4 Meio de transporte utilizado pelos alunos

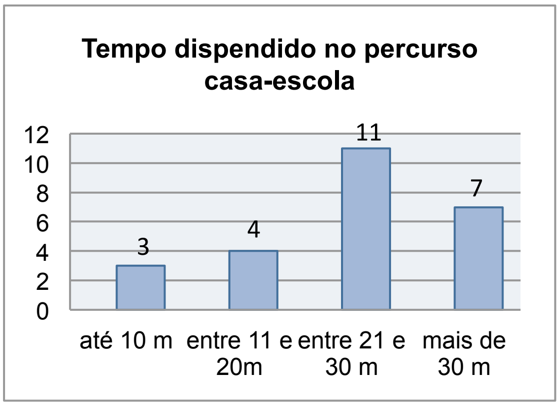



Figura 2.5 Tempo dispendido no percurso casa - escola

Dos vinte e cinco alunos, oito responderam que a disciplina de matemática é onde têm maior dificuldade, e outros oito consideram-na como a sua disciplina preferida.

Quanto à profissão desejada, os alunos referiram as seguintes profissões (figura 2.7): Arquiteto(a), Cabeleireiro(a), Designer de Videojogos, Fisioterapeuta, Informático(a), Jogador(a) de Futsal, Médico(a), Nutricionista, Polícia Judiciária, Professor(a) de Surf, Psicólogo(a), Treinador(a), Veterinário(a). No entanto, quatro alunos não souberam enunciar a profissão desejada e um não respondeu.

A maioria dos encarregados de educação possui o 12.ºano de escolaridade, havendo alguns com formação superior (ver figura 2.7).

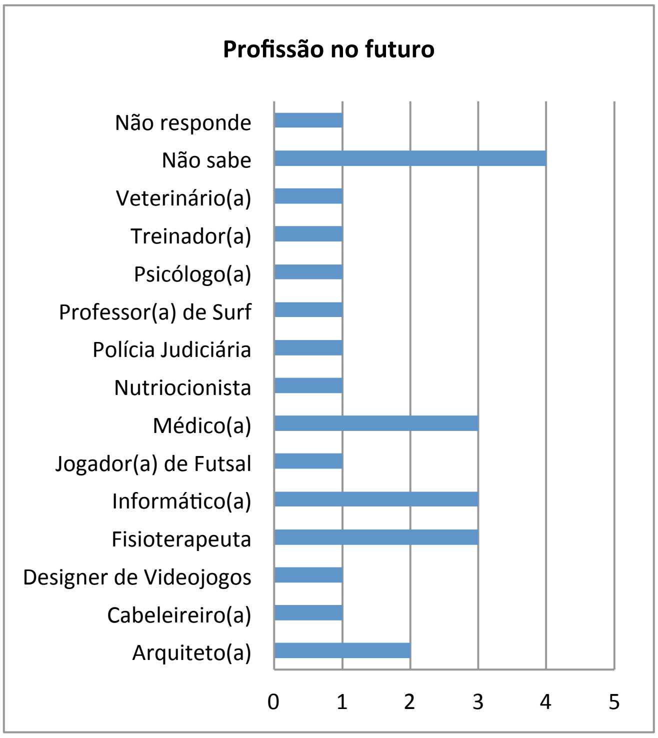



Figura 2.6 Profissão desejada no futuro

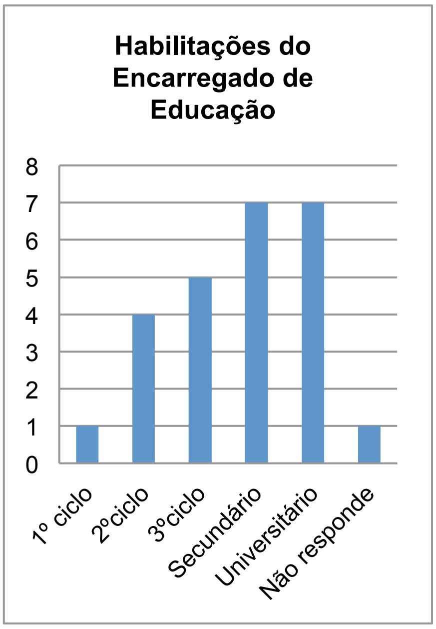



Figura 2.7 Habilitações do encarregado de educação

## 2.2 Descrição do manual

O manual adotado para o 10.º ano pelo Grupo de Matemática da ESPAV foi o “Novo Espaço 10” da Porto Editora (figura 2.8), da autoria de Belmiro Costa e Ermelinda Rodrigues. Este manual encontra-se dividido em dois volumes, sendo acompanhado por um caderno prático.


Figura 2.8 Manual adotado

## 2.3 As calculadoras gráficas utilizadas

Apenas seis alunos não possuíam calculadora gráfica. Dos alunos da turma do 10.º CT2 que utilizavam a calculadora gráfica, cerca de 90% eram da marca Texas, sendo as mesmas essencialmente do modelo TI-84 Plus e TI-83; três alunos possuíam o modeloTI-82 e um aluno adquiriu a Texas TI-Nspire$^{TM}$. Dois alunos tinham uma calculadora gráfica Casio, de modelo CFX-9850GB PLUS. Aos alunos que não possuíam calculadora gráfica, a escola facultou a TI-82, para uso em sala de aula.

Figura 2.9 Modelos das calculadoras gráficas utilizadas pelos alunos da turma.

No entanto, em sala de aula, a professora optou por utilizar a TI-84 Plus por ser a calculadora que um maior número de alunos possuía e por as ferramentas da TI-82 e TI-83 serem muito semelhantes. Assim, foi possível à maioria dos alunos acompanhar as explicações dadas, para a utilização da calculadora na resolução das tarefas propostas.

A diversidade de calculadoras em sala de aula exigiu uma maior supervisão aos alunos, durante o processo de descoberta das ferramentas, reforçando o acompanhamento individualizado aos dois alunos que utilizavam a calculadora gráfica da marca Casio.

## Capítulo 3. Prática pedagógica

Este capítulo apresenta de forma pormenorizada todo o trabalho realizado pela estagiária, no âmbito do seu estágio pedagógico, que consistiu no seguinte:

- Planificação e lecionação de aulas que envolveram a elaboração de material de apoio, tais como testes, fichas de trabalho, fichas formativas e questões aula, que se encontram no dossier de estágio;
- Participação na elaboração de testes de avaliação, na correção e na conceção dos critérios de correção dos mesmos;
- Lecionação das aulas de apoio;
- Colaboração na avaliação dos alunos.

### 3.1 Planificação e execução da aula do 8.º ano

No início do estágio foi atribuído à estagiária a turma CT2 do 10.º ano, uma das duas turmas da tutoria da orientadora.

No decorrer do 2.º período, a professora orientadora Paula Reis, referiu a pertinência de estabelecer contato com uma turma de 3.º CEB, recaindo a escolha na turma 8.º E.

Nesta turma, a estagiária lecionou uma aula com a supervisão da professora orientadora e da professora titular da turma.

O conteúdo abordado em aula foi a resolução de sistemas de equações pelo método gráfico da Unidade Sistemas de Equações. O plano de aula da estagiária esteve de acordo com a planificação das duas professoras titulares das turmas de 8.º ano. Na planificação da aula optou-se pela utilização do programa PowerPoint, por ser a ferramenta utilizada anteriormente pela professora titular. A planificação desta aula revelou-se tarefa complexa, devido ao desconhecimento das caraterísticas da turma, no que se refere ao seu ritmo de trabalho, assimilação da matéria já anteriormente abordada, essencial para a compreensão dos novos conteúdos.

Após a aula, as duas professoras efetuaram uma apreciação geral da mesma.

### 3.2 Planificação e execução das aulas do 10.º ano

Considera-se que a observação das aulas lecionadas pela professora Paula Reis foi de extrema importância a nível pedagógico e científico. Foi possível adquirir competências para o exercício da docência no que diz respeito à exposição da matéria a uma turma heterogénea, não só no domínio da matemática como no despertar do interesse pela mesma.

Para o processo de preparação das aulas, houve uma intensa pesquisa sobre os temas a abordar, não só no manual adotado pela escola, mas também noutros.

Na elaboração da planificação foram consideradas as caraterísticas gerais da turma, assim como os equipamentos disponíveis nas salas de aula a utilizar. Foram ainda tidos em conta, os seguintes aspetos: definir objectivos claros e assertivos; planificar de forma lógica os conteúdos a lecionar; aplicar estratégias adequados com ferramentas diversificadas.

As críticas construtivas realizadas pelos coordenadores da FCT-UNL foram pertinentes para a autorreflexão da estagiária, influenciando a conceção estruturante na planificação dos planos de aula do 2.º e 3.º períodos. Estes foram sempre verificados pela professora orientadora que, com a sua longa experiência de ensino, teve um papel crucial para a evolução positiva deste processo.

No 1.º período, aquando da marcação da primeira aula assistida pelos professores da faculdade, foi acordado com a professora orientadora haver um ciclo de três aulas sobre o tema Geometria Analítica no Plano e no Espaço I, sendo a última assistida pela professora da FCT-UNL, Professora Doutora Maria Helena Coutinho Gomes Almeida Santos. As duas primeiras aulas tiveram como objetivo consolidar e aprofundar os planos de aula, antes de ocorrer a aula assistida.

Foram importantes os momentos de reflexão com a orientadora de estágio, nomeadamente sobre o tipo de abordagens na lecionação dos conteúdos.

No 2.º período, os Polinómios foram o tema das duas aulas assistidas nos dias 12 e 13 de março. Estas foram supervisionadas pela professora orientadora Paula Reis e por dois professores da FCT-UNL, Professora Doutora Maria Helena Santos e o Professor Doutor Filipe José Gonçalves Pereira Marques.

Com as aulas assistidas e a apreciação das mesmas, a assimilação e consolidação de conhecimentos a lecionar, bem como a preparação e planificação das aulas e a posterior reflexão e análise do que correu bem ou menos bem, tornaram-se aspetos cruciais adquiridos nesta transferência de competências, proporcionadas pelos professores avaliadores. Para esta reflexão foi também importante o feedback recebido dos alunos, após o final das aulas assistidas, bem como nas aulas seguintes.

As aulas lecionadas durante o ano letivo 2013/2014 encontram-se descritas em quadros, nos quais é apresentado de forma sucinta o ano dos alunos, os conceitos abordados em cada aula, os objetivos previstos a atingir pelos alunos, assim como as aulas supervisionadas quer pela professora orientadora, quer pelos professores da FCT-UNL. As planificações das aulas lecionadas e a planificação anual do 10.º ano, encontram-se no dossier de estágio.

Assim procedeu-se à elaboração dos seguintes quadros:

1.º Período

Unidade Curricular: Geometria no Plano e no Espaço I

Quadro 3.1 Quadro síntese das aulas lecionadas no 1.º período

| Ano | Aula | Sumário | Objetivos |
|---|---|---|---|
| 10.º ano | 1.ª aula<br>30/10/2013 | Distância entre dois pontos. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Aplicar a fórmula da distância entre dois pontos no plano. |
| 10.º ano | 2.ª aula<br>26/11/2013 | Vetor. Operações com vetores. Propriedades da adição de vetores. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Identificar vetores colineares;<br>• Indicar o ponto correspondente à |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | soma de um ponto com um vetor;<br>• Distinguir componentes de coordenadas de um vetor no plano e no espaço. |
| 10.º ano | 3.ª aula<br>27/11/2013 | Vetor como diferença entre dois pontos. Igualdade de vetores. Soma de um ponto com um vetor. Adição de vetores. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Calcular a norma de um vetor;<br>• Escrever um vetor como a diferença entre dois pontos;<br>• Aplicar as propriedades da adição de vetores. |
| 10.º ano | 4.ª aula<br>28/11/2013 | Equação vetorial da reta no plano e no espaço. Equação vetorial do segmento de reta e semirreta. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Escrever a equação vetorial de um a reta, no plano e no espaço. |

2.º Período
Unidade Curricular: Geometria no Plano e no Espaço I (10.º ano)

Funções e Gráficos – Generalidades (10.º ano)

Álgebra - Equações do 1.º grau (8.º ano)

Quadro 3.2 Quadro síntese das aulas lecionadas no 2.º período.

| Ano | Aula | Sumário | Objetivos |
|---|---|---|---|
| 10.º ano | 5.ª aula<br>6/1/2014 | Mediatriz de um segmento de reta. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Escrever a equação da mediatriz de um segmento de reta. |
| 10.º ano | 6.ª aula<br>13/1/2014 | Resolução de exercícios sobre a equação vetorial da reta no plano e no espaço. Equação reduzida da reta. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Escrever a equação vetorial de um a reta, no plano e no espaço;<br>• Escrever a equação reduzida de uma reta. |
| 10.º ano | 7.ª aula<br>14/1/2014 | Resolução de exercícios sobre a equação da circunferência e equação da esfera. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Escrever a equação de uma circunferência de centro C e raio r;<br>• Escrever a equação de uma esfera de centro C e raio r;<br>• Resolver problemas envolvendo esferas. |
| 10.º ano | 8.ª aula<br>15/1/2014 | Posição relativa de duas retas no plano. Determinação do ponto de interseção de duas retas conhecidas as suas equações. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Relacionar a posição relativa de duas retas no plano com os respetivos declives;<br>• Determinar o ponto de interseção de duas retas no plano. |
| 10.º ano | 9.ª aula<br>16/1/2014 | Correção do TPC da última aula. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Aplicar os conhecimentos anteriores na resolução de exercícios e/ou problemas. |
| 10.º ano | 10.ª aula<br>10/2/2014 | Resolução de uma ficha de trabalho com recurso à calculadora gráfica. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• A utilizar as capacidades gráficas da calculadora, no estudo de funções. |
| 8.º ano | 11.ª aula<br>13/2/2014 | Resolução de sistemas de equações pelo método gráfico. Classificação de sistemas. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Interpretar graficamente as soluções de um sistema de equações;<br>• Reconhecer, a partir de |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | representações gráficas, sistemas possíveis (determinados ou indeterminados) e impossíveis. |
| 10.º ano | 12.ª aula 26/2/2014 | Tarefa de Modelação com sensores. | Deve o aluno ficar apto a: • A utilizar as capacidades gráficas da calculadora, no estudo de funções. |
| 10.º ano | 13.ª aula 27/2/2014 | Resolução de exercícios sobre função quadrática. | Deve o aluno ficar apto a: • Resolver equações e inequações de 2ºgrau; • Resolver problemas da vida real com a função quadrática. |
| 10.º ano | 14.ª aula 11/3/2014 | Resolução de exercícios de equações e inequações com módulos. | Deve o aluno ficar apto a: • Resolver equações e inequações com o módulo. |
| 10.º ano | 15.ª aula 12/3/2014 | Operações com polinómios. Divisão inteira de polinómios. | Deve o aluno ficar apto a: • Reduzir e ordenar um polinómio de um qualquer grau; • Operar com polinómios; • Determinar o quociente e o resto da divisão inteira de dois polinómios. |
| 10.º ano | 16.ª aula 13/3/2014 | Regra de Ruffini. Teorema do resto. | Deve o aluno ficar apto a: • Aplicar a Regra de Ruffini; • Aplicar o teorema do resto. |

No 3.º Período, as duas aulas assistidas foram sobre o tema Funções Polinomiais e decorreram nos dias 29 e 30 de abril.

3.º Período

Unidade Curricular: Funções e Gráficos – Funções Polinomiais (10.º ano)

Quadro 3.3 Quadro síntese das aulas lecionadas no 3.º período

| Ano | Aula | Sumário | Objetivos |
|---|---|---|---|
| 10.º ano | 17.ª aula 23/4/2014 | Transformações simples de funções: translação vertical e horizontal. Expansão e contração na vertical e na horizontal do gráfico de uma função. | Deve o aluno ficar apto a: • Representar graficamente a função resultante da transformação; • Indicar o domínio e contradomínio da função resultante da transformação. |
| 10.º ano | 18.ª aula 24/4/2014 | Transformações do gráfico de uma função – simetrias. | Deve o aluno ficar apto a: • Representar graficamente f(-x) partindo do gráfico de f(x); • Representar graficamente -f(x) partindo do gráfico de f(x); |
| 10.º ano | 19.ª aula 28/4/2014 | Determinação das raízes de um polinómio. Decomposição em fatores. | Deve o aluno ficar apto a: • Determinar os zeros de um polinómio; • Fatorizar um polinómio de 2.º grau; • Decompor em fatores um polinómio de grau superior ao Segundo; • Determinar a multiplicidade de um zero. |
| 10.º ano | 20.ª aula 29/4/2014 | Funções Polinomiais: Função cúbica. | Deve o aluno ficar apto a: • Determinar os zeros de uma função polinomial; |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | • Determinar os zeros de uma função cúbica;<br>• Estudar o sinal de uma função cúbica;<br>• Definir função ímpar. |
| 10.º ano | 21.ª aula<br>30/4/2014 | Resolução de inequações de grau superior a 2. | Deve o aluno ficar apto a:<br>• Usar diferentes métodos para resolver inequações de grau superior a 2; |

Quadro 3.4 Quadro síntese das aulas supervisionadas

| Ano | Aula | Supervisionada |
|---|---|---|
| 10.º ano | 1.ª aula<br>30/10/2013 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 10.º ano | 2.ª aula<br>26/11/2013 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 10.º ano | 3.ª aula<br>27/11/2013 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 10.º ano | 4.ª aula<br>28/11/2013 | Supervisionada pela professora orientadora e pela professora da FCT |
| 10.º ano | 5.ª aula<br>6/1/2014 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 10.º ano | 10.ª aula<br>10/2/2014 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 8.º ano | 11.ª aula<br>13/2/2014 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 10.º ano | 14.ª aula<br>11/3/2014 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 10.º ano | 15.ª aula<br>12/3/2014 | Supervisionada pela professora orientadora e pelos professores da FCT-UNL |
| 10.º ano | 16.ª aula<br>13/3/2014 | Supervisionada pela professora orientadora e pelos professores da FCT-UNL |
| 10.º ano | 17.ª aula<br>23/4/2014 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 10.º ano | 18.ª aula<br>24/4/2014 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 10.º ano | 19.ª aula<br>28/4/2014 | Supervisionada pela professora orientadora |
| 10.º ano | 20.ª aula<br>29/4/2014 | Supervisionada pela professora orientadora e pela professora da FCT |
| 10.º ano | 21.ª aula<br>30/4/2014 | Supervisionada pela professora orientadora e pela professora da FCT |

### 3.3 Aulas de apoio

No início do ano letivo foi proposto à estagiária acompanhar e orientar as aulas de apoio, com intuito de melhorar a sua prática pedagógica enquanto futura professora.

As aulas de apoio tinham como objetivo esclarecer dúvidas e proporcionar um espaço em que os alunos pudessem realizar exercícios de aplicação da matéria lecionada, como forma de consolidar os conhecimentos adquiridos em contexto de sala de aula, decorrendo semanalmente à quarta-feira, com a duração de 1hora.

Nestas aulas era usual solicitar aos alunos que realizassem exercícios do manual adotado, sugeridos pela estagiária ou pelos próprios.

A estagiária sentiu algumas dificuldades pelo facto dos alunos se encontrarem em diferentes níveis de conhecimento, o que originou um maior esforço por parte desta para responder às necessidades dos alunos, apesar de todos pertenceram ao mesmo ano de escolaridade, o 10.º ano. O elevado número de presenças na aula de apoio, também dificultou o acompanhamento mais individualizado a um maior número de alunos, necessário na maioria dos casos.

É de salientar que a presença nas aulas de apoio era em média de 16 alunos, num total de 25 elementos da turma, tendo-se registado sempre um comportamento adequado e um elevado interesse e empenho na execução das tarefas propostas.

Constatou-se ainda um grande espírito de ajuda e de partilha de conhecimentos entre os alunos, motivando-os para a participação e frequência nestas aulas.

### 3.3 Conceção e Correção dos testes

A conceção dos testes foi um trabalho conjunto por parte das estagiárias que acompanharam duas turmas distintas, mas ambas de 10.º ano. A orientadora, ao longo do ano letivo, foi facultando testes para que as estagiárias pudessem conhecer não só a estrutura dos mesmos, como o tipo de exercícios habitualmente escolhidos pela professora.

Para a elaboração dos testes, a orientadora e as estagiárias selecionavam exercícios de vários manuais, escolhendo os que melhor se adequavam à matéria a avaliar e às turmas onde os mesmos iriam ser aplicados.

Os critérios de correção, por sugestão da professora, seguiram a mesma estrutura dos critérios apresentados pelo IAVE. Apesar da conceção dos testes ter sido em conjunto, a elaboração dos critérios foi realizada individualmente, por cada uma das estagiárias.

Quanto à correção dos testes, a professora orientadora promoveu sempre a possibilidade de serem as estagiárias a realizar esta tarefa. É no entanto de salientar que, sendo a correção um processo exigente e de muita responsabilidade, a orientadora teve sempre o papel de supervisão do mesmo. Neste processo, o acompanhamento crítico por parte da orientadora foi uma enorme mais-valia para a compreensão do que é essencial avaliar.

## Capítulo 4. Núcleo de estágio e atividades em que colaborou

O Núcleo de estágio era composto pela professora orientadora Paula Reis e pelas estagiárias Clara Gomes e Carmo Botelho.

Para desenvolver a tutoria deste estágio eram realizadas reuniões semanais que habitualmente aconteciam à terça-feira, das 10h30 às 12h00.

Nestas eram discutidos os planos de aula, a elaboração e correção dos testes de avaliação, as atividades desenvolvidas no âmbito do estágio, assim como outras atividades em que o núcleo de estágio colaborou. A diversidade de ações em que o Núcleo de estágio esteve envolvido, revestiu-se de extrema importância para a aquisição e desenvolvimento de enumeras e importantes competências, quer para o sucesso escolar dos alunos quer para o percurso académico e profissional das estagiárias.

O Núcleo de estágio participou em atividades da escola, destacando-se as Olimpíadas Portuguesas de Matemática, Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, Canguru sem Fronteiras e o Cartaz Quinzenal de Problemas Matemáticos.

Em seguida é apresentada uma breve descrição destas atividades, em que a estagiária esteve envolvida.

### 4.1 Olimpíadas Portuguesas de Matemática

As Olimpíadas Portuguesas de Matemática (OPM) promovidas pela Sociedade Portuguesa de Matemática, consistem num concurso de problemas de matemática destinado a estudantes do 1.º, 2.º e 3.º ciclo e ainda do ensino secundário.

Os problemas propostos nas OPM visam desenvolver o raciocínio, criatividade e imaginação dos estudantes.

Os alunos são colocados em três níveis: categoria Júnior (6.º e 7.º ano), categoria A (8.º e 9.º ano) e categoria B (ensino secundário).

As OPM têm como objetivo detetar precocemente apetências científicas para a matemática.

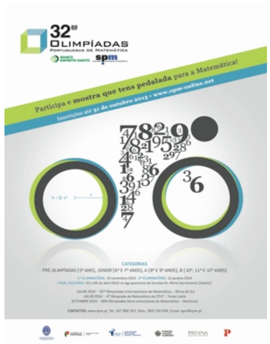


Figura 4.1 Cartaz das 32$^{as}$OPM

A colaboração da estagiária neste projeto consistiu na vigilância da prova e, devido ao número reduzido de participantes, a correção das provas ficou a cargo da outra estagiária, com a supervisão do professor responsável pela organização.

### 4.2 Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos

O Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos (CNJM) (figura 4.2) é da responsabilidade de quatro entidades: a Associação Ludus (AL), da Associação de Professores de Matemática (APM), da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) e da Ciência Viva.

A edição que decorreu no presente ano letivo, foi organizada localmente, através do Agrupamento de Escolas do Fundão, Agrupamento de Escolas Gardunha e Xisto, Escola Profissional do Fundão, Escola de Hotelaria e Turismo e também pela Câmara Municipal do Fundão.

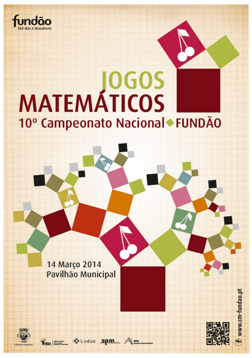


Figura 4.2 Cartaz do 10.º Campeonato Nacional de Jogos matemamáticos

Neste campeonato são apresentados jogos abstratos de pura estratégia, que motivam e requerem dos alunos os mesmos processos mentais que a prática matemática exige.

Foi solicitado pelas professoras organizadoras, o apoio das estagiárias na sala em que decorreram os jogos.

### 4.3 Canguru Matemático sem Fronteiras

O Canguru matemático sem Fronteiras 2014 foi organizado por uma associação de caráter internacional, a Associação Canguru sem Fronteiras, que reúne as personalidades de 47 países, todas da área da matemática. Este concurso tem como objetivo promover a divulgação da matemática elementar, recorrendo a todos os meios ao seu alcance e, em particular, através da organização anual do Concurso Canguru Matemático sem Fronteiras (figura 4.3), que acontece no mesmo dia em todos os países participantes.

Em Portugal a organização está a cargo do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, com o apoio da Sociedade Portuguesa de Matemática.

Figura 4.3 Cartaz Canguru sem Fronteiras 2014

Este concurso prevê uma única prova de questionário de escolha múltipla, sem prévia seleção de concorrentes, nem contempla prova final.

Os alunos são distribuídos por oito categorias de acordo com as suas idades: Mini-Escolar nível I (2.º ano de escolaridade), Mini-Escolar nível II (3.º ano de escolaridade), Mini-Escolar nível III (4.º ano de escolaridade), Escolar (5.º e 6.º anos de escolaridade), Benjamim (7.º e 8.º anos de escolaridade), Cadete (9.º ano de escolaridade), Júnior (10.º e 11.º anos de escolaridade) e Estudante (12.º ano de escolaridade).

A participação da estagiária neste projeto consistiu na inscrição dos alunos da turma que acompanhou durante o percurso de estágio.

### 4.4 Problema Quinzenal

No início do ano letivo a professora orientadora sugeriu que o núcleo de estágio promovesse um cartaz com problemas e/ou desafios matemáticos, de forma a estimular o raciocínio dos alunos de toda a escola. Quinzenalmente eram colocados dois novos problemas: um destinado ao 3.º CEB e outro ao ensino secundário. As soluções dos problemas e o nome dos alunos participantes eram afixados, sempre que nova questão era apresentada.

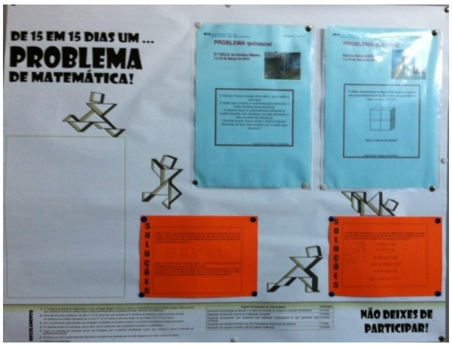


Figura 4.4 Cartaz do Problema Quinzenal

Logo no início do 1.º período foi implementada esta atividade que não registou grande adesão, verificando-se um decréscimo no número de participantes.

Segundo a avaliação intermédia do PAA (2009-2010), «Os alunos não aderiram ao problema da semana com o entusiasmo esperado. Ao longo do 1.º período os alunos foram deixando de responder aos problemas», e no 2.º período não houve registo de qualquer participação.

### 4.5 Visita de estudo à Exposição Mater- Matemática do Planeta Terra

Tendo o ano de 2013 sido internacionalmente declarado como “Mathematics of Planet Earth 2013”, o núcleo de estágio organizou uma visita de estudo com as turmas CT1, CT2, CT3 e CT4 do 10.º ano da ESPAV à Exposição MATER, promovida pelo Departamento de Matemática da FCT-UNL (figura 4.5).

Figura 4.5 Cartaz da Exposição MATER

Os quatro temas apresentados na exposição foram: Tempo, Arte, Vida e Quotidiano. A visita guiada teve dois momentos: no primeiro foram apresentados os painéis dos quatro temas da exposição; no segundo, os alunos foram convidados a entrar numa das salas de aula do departamento de matemática, a fim de assistirem a uma breve explicação sobre grafos, finalizando a visita com a execução de uma ficha de exercícios sobre este tema.

Para a concretização desta atividade as estagiárias tiveram a seu cargo a contratação do aluguer do autocarro, a elaboração do documento de autorização dos encarregados de educação para a deslocação dos seus educandos. É de salientar a colaboração dos dois estagiários de educação física no acompanhamento dos alunos na visita de estudo.

## Capítulo 5. Projeto 10x10 - $\overline{\mathrm{MA}}$ = DISTÂNCIA ENTRE MATEMÁTICA E ARTE

O projeto 10x10 da Fundação Calouste Gulbenkian com a segunda edição no ano letivo 2013/2014, teve como objetivo "desenvolver estratégias de aprendizagem eficazes na captação de atenção, motivação e envolvimento dos alunos em sala de aula"[8]. Este projeto visa a parceria entre o professor e um artista, com o intuito de criar e aplicar práticas pedagógicas inovadoras. Nesta edição participaram 8 artistas com 8 professores das disciplinas de matemática, português, biologia e filosofia. Na ESPAV a professora Paula Reis foi convidada a desenvolver o projeto na disciplina de matemática, tendo esta escolhido a turma CT2.

O músico e cineasta António Pedro foi o artista que colaborou com a professora na dinamização do projeto, criando algumas micropedagogias e atividades aplicadas à turma.

Desde o primeiro dia de aulas a professora aplicou exercícios e jogos de criação de grupo, com o intuito de fortalecer os laços da turma.

Sendo Geometria Analítica o tema trabalhado no 1.º período com a turma, as atividades desenvolvidas estiveram de acordo com o mesmo tendo sido as seguintes: O Bolo e a Mantramática. O primeiro consistiu na utilização de um bolo como forma de introduzir as secções produzidas num cubo por intersecção com planos, para facilitar a visualização espacial; a Mantramática, que é uma ladainha musical utilizada para a memorização das equações da reta, circunferência e distância entre dois pontos. Foi interessante observar um resultado imediato com a aplicação da Mantramática, pois os alunos conseguiram memorizar num curto espaço de tempo as três equações propostas.

Como trabalho de grupo foi dado à turma 4 textos matemáticos para exploração e apresentação no final do 1.º período. Como fator motivacional foram realizadas duas curtas-metragens com dois grupos de alunos, a partir dos textos *A última vingança de Fermat* e *O Código*. A curta-metragem intitulada *A última vingança de Fermat* abordou a história do teorema de Fermat. A segunda curta-metragem designada *O Código,* debruçou-se sobre a construção de códigos.

Este projeto culminou numa "aula pública" que decorreu na Fundação Calouste Gulbenkian, para apresentação das micropedagogias e das atividades desenvolvidas com a turma.

A estagiária participou em todas as aulas necessárias para a concretização das atividades e micropedagogias anteriormente enunciadas, colaborou com o artista na realização das curtas-metragens, nas reuniões de preparação para as mesmas e por fim, na apresentação da "aula pública".

O balanço efectuado no final do projeto, foi positivo para todos os atores intervenientes (alunos, professora, artista e estagiária), tendo proporcionado uma experiência enriquecedora envolvendo a arte no ensino da matemática.

---

[8] In: http://descobrir.gulbenkian.pt, consultado dia 6 de janeiro, pelas 14h.

# PARTE II – TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

## Introdução

A presente investigação tem como objeto de estudo, identificar o papel da resolução de problemas, da comunicação matemática e do raciocínio matemático, no processo de avaliação das aprendizagens.

A motivação subjacente à escolha deste tema, surgiu da disparidade observada quanto ao grau de dificuldade que os alunos demonstraram ter entre a resolução de um exercício e a resolução de um problema.

A investigadora acompanhou, no âmbito do seu estágio pedagógico, uma turma de 10.º ano, tendo constatado que a generalidade dos alunos evidenciava dificuldades quando confrontados com um problema, tendendo a solicitar a reformulação do enunciado do respetivo problema, de modo a torná-lo mais explícito quanto ao que devia ser feito. Igual necessidade não era verificada aquando da resolução de um exercício, um tipo de tarefa que todos pareciam resolver com relativa facilidade.

Como motivação profissional surge a pertinência desta investigação para o exercício futuro da docência. Como motivação académica, espera-se que esta investigação contribua para o aprofundamento do conhecimento sobre o processo da avaliação das aprendizagens.

O trabalho iniciou-se com algumas leituras, a partir das quais se processedeu à identificação dos conceitos estruturantes deste estudo: a avaliação das aprendizagens através do raciocínio e da comunicação matemática, em contexto de resolução de problemas. A reflexão então realizada em torno destes conceitos conduziu à conceção de um esquema explicativo (ver figura 0.1) do processo que é esperado que os alunos do 10.º ano realizem na resolução de problemas. Espera-se que este processo permitia avaliar que aprendizagens foram realizadas tendo por base uma análise ao raciocínio e comunicação matemática, utilizados num contexto de resolução de problemas. Este contexto surge em virtude do reconhecido contributo que a resolução de problemas pode trazer à aprendizagem dos alunos, porque os leva a não serem meros ouvintes, mas a tornarem-se mais interventivos no pensar matemático (Duarte, 2000).

A investigadora ao construir o esquema representado na figura 1, considerou três fases: a primeira fase consiste na comunicação oral ou escrita do enunciado do problema, pressupondo uma interpretação do mesmo, sendo esta comunicação matemática essencial no processo de ensino-aprendizagem, permitindo que a aquisição, troca e consolidação de conhecimento se concretize (Martinho e Ponte, 2005; Cândido, 2001). Segue-se uma segunda fase, onde se elabora um raciocínio matemático, tendo este por base um conjunto de conhecimentos adquiridos e consolidados anteriormente, que permitirá desenvolver novos conhecimentos (Oliveira, 2008); por último, temos uma terceira e última fase, onde se espera a construção de uma argumentação na forma oral ou escrita.

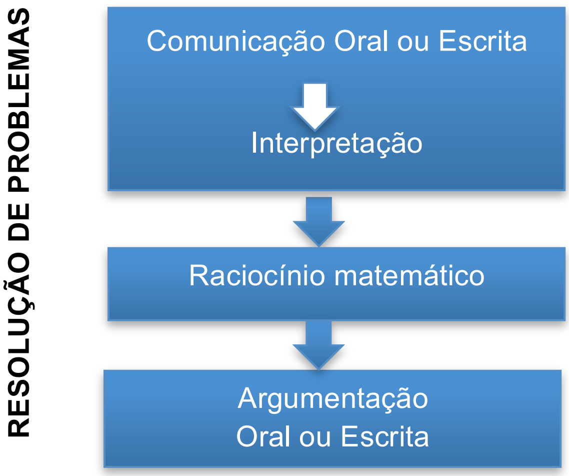



Figura 1 Avaliação das aprendizagens através do raciocínio e da comunicação num contexto de resolução de problemas.

No processo de avaliação das aprendizagens, em que "avaliar os conhecimentos matemáticos dos estudantes, significa reunir e analisar dados sobre o que estes sabem a respeito de conceitos e métodos matemáticos" (Ministério da Educação, 2001, p.3), é expectável que estes consigam interpretar a situação problema fornecida, e a traduzam para linguagem matemática. No que se considera a segunda fase, espera-se que os alunos sejam capazes de elaborar um processo mental. Por último, na terceira fase, o aluno deverá formular uma argumentação que fundamente e justifique o seu raciocínio, apresentada na forma oral ou escrita.

Como tal, com este estudo pretenden-se analisar e compreender:

1. De que forma os alunos utilizam o raciocínio?

2. Quais as dificuldades dos alunos na utilização da comunicação matemática?

3. De que forma a resolução de problemas por parte dos alunos permite avaliar as suas aprendizagens?

Tem-se então como objetivo geral proceder ao levantamento dos métodos mais utilizados no raciocínio, proceder ao levantamento das diferentes dificuldades no processo de comunicação matemática e ainda, proceder à identificação das aprendizagens adquiridas. Como objeto específico pretende identificar a utilização de esquemas para a explicação do raciocínio, identificar a utilização de cálculos para a explicação do raciocínio, identificar as dificuldades na comunicação matemática através do domínio da linguagem oral, identificar as dificuldades na comunicação matemática através do domínio da linguagem escrita, identificar se ocorreu aprendizagem através do raciocínio matemático e, por último, identificar se ocorreu aprendizagem com a utilização da comunicação matemática.

As opções metodológicas recaem sobre uma abordagem compreensiva, tendo em conta as metodologias qualitativas, em que a interpretação e a compreensão dos factos observados se tornam fundamentais. Foram assim realizados cinco estudos de caso envolvendo alunos que no ano letivo 2013/2014 frequentavam o 10.ºano.

A recolha de dados realizou-se através de entrevistas semiestruturadas, em que o tratamento destes foi efetuado através de categorias apresentadas em forma de títulos, na análise de dados.

Aplicaram-se ainda tarefas, em contexto de sala de aula, cujo tratamento e análise é descrito no decorrer do corpo do trabalho, nomeadamente a partir do capítulo 9. A análise de dados permitiu identificar o proposto no objeto de estudo, estabelecendo-se uma relação dos conceitos do quadro teórico com os sentidos e significados atribuídos pelos participantes.

Relativamente à estrutura desta Parte II, que diz respeito ao trabalho de investigação, é constituída por dez capítulos. O quadro conceptual engloba os capítulos seis, sete e oito, desenvolvidos após uma revisão de literatura.

O capítulo 6 aborda o tema da educação, contextualizando o processo de escolarização do ensino, enunciando a organização atual do sistema educativo português, não esquecendo o ensino da matemática e o seu processo de evolução e apresentando as capacidades e aptidões enunciadas no Programa de Matemática A (Ministério da Educação, 2001).

O tema avaliação é desenvolvido no capítulo 7, onde são distinguidos os dois tipos de avaliação previstos no Programa de Matemática A (Ministério da Educação, 2001).

Posteriormente, o capítulo 8 teoriza sobre o processo de avaliação das aprendizagens, referindo de que forma este pode ser realizado, apresentando por isso os diversos instrumentos de verificação das aprendizagens, bem como a importância desta no processo de ensino-aprendizagem. Neste mesmo capítulo são expostos três subcapítulos com os conceitos-chave, sendo estes: a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática.

As opções metodológicas são explicitadas no capítulo 9, a que se seguem os capítulos 10 a 14, onde é realizada a análise dos dados obtidos em cada estudo de caso, sendo estes: Alfredo, Mário, Melanie, Mónica e Joana.

O trabalho de investigação encerra com o capítulo 15, as conclusões incluindo as limitações e potencialidades desta investigação, bem como a apresentação de algumas recomendações para aplicaçãoo futura.

## Capítulo 6. Enquadramento Teórico – O lugar da Avaliação no sistema educativo

> Segundo a Lei de Bases do sistema Educativo, «2 – o sistema educativo é o conjunto de meios pelo qual se concretiza o direito à educação, que se exprime pela garantia de uma permanente ação formativa orientada para favorecer o desenvolvimento e a democratização da sociedade; 1 – todos os portugueses têm direito à educação e à cultura, nos termos da constituição da república.»[9]

### 6.1 A Educação

No século XI existiam apenas duas 'escolas', sendo estas compostas pela Sé de Braga e a fundação de um colégio/seminário próximo da Sé de Coimbra. Mais tarde, já no século XII, identifica-se a existência de outras duas escolas, uma próxima da Sé do Porto e a outra perto do Mosteiro de Santa Cruz em Coimbra. Estas instituições tinham como elemento comum o seu caráter religioso (Mendonça, 2009).

A escola que hoje conhecemos, com edifícios propositadamente construídos para a escolarização das crianças e jovens, percorreu um longo caminho evolutivo, pois antes desta realidade apenas tinham acesso à educação institucionalizada, dita formal, os que dispunham de rendimentos e tempo (Giddens, 2007). O ensino organizado surgiu através da Igreja, tanto em Portugal como no resto da Europa, sendo ainda importante referir que o contexto educativo era particularmente reservado ao género masculino (idem). De acordo com António Magalhães (2003), a instituição escolar passa a ter na educação e formação dos cidadãos, um papel fulcral. O autor refere a escola como um projeto do Iluminismo para a modernização do Estado-nação em que, cruzado com o capitalismo de produção, contribuiu para a conceção da instituição escola, tal como a concebemos atualmente. A conjugação de várias influências trouxe à escola uma nova conceção de formação. A nova representação do Homem continha uma ideia de socialização comum a todos os indivíduos.

É no século XIX que se inicia um processo de escolarização do ensino, com relevante importância para a estrutura produtiva, aumentando a qualificação dos trabalhadores, certificando-os e preparando-os para mais e melhores desempenhos, com reflexo na economia através do aumento e qualidade na produção.

---

[9] Lei de Bases do Sistema Educativo, Lei n.º46/86, D.R. n.º237, série I, de 1986-10-14, capítulo 1, âmbito e princípios, artigo 1.º e 2.º, consultado a 7 de abril de 2014e princípios, artigo 1.º e 2.º, consultado a 7 de abril de 2014

Atualmente o sistema educativo é dividido entre educação pré-escolar, educação escolar e educação extraescolar. Na educação pré-escolar temos a educação de Infância; na educação escolar temos o ensino básico compreendido pelo 1.º, 2.º, 3.º ciclo e o ensino secundário. O 1.º ciclo é constituído pelo 1.º, 2.º, 3.º e 4.º ano; o 2.º ciclo é formado pelo 5.º e 6.º ano, sendo o 3.º ciclo pelo 7.º, 8.º e 9.º anos; do ensino secundário fazem parte o 10.º, 11.º e 12.º ano de escolaridade. Quanto à educação extra-escolar esta compreende processos de alfabetização e educação de base, atualização e aperfeiçoamento cultural e científico, tendo iniciativa em sistemas formais ou não formais. Assim, apresentamos um quadro representativo da estrutura do sistema educativo:

Quadro 6.1 Sistema Educativo Português

<table>
<tr><td rowspan="8">Sistema Educativo Português[10]</td><td>Educação de Infância</td><td colspan="4">Ensino Básico</td><td>Ensino Secundário</td></tr>
<tr><td>«A educação pré-escolar é a primeira etapa da educação básica no processo de educação ao longo da vida, sendo complementar da ação educativa da família, com a qual deve estabelecer estreita cooperação, favorecendo a formação e o desenvolvimento equilibrado da criança, tendo em vista a sua plena inserção na sociedade como ser autónomo, livre e solidário.»</td><td colspan="4">«O Currículo do ensino básico diz respeito ao conjunto das aprendizagens que os alunos realizam, ao modo como estão organizadas, ao lugar que ocupam e ao papel que desempenham no percurso escolar ao longo do ensino básico.»</td><td>«Currículo do ensino secundário diz respeito ao conjunto de aprendizagens a desenvolver pelos alunos de cada curso de nível secundário, de acordo com os objetivos consagrados na Lei de Bases do Sistema Educativo.»</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Pré-escolar</td><td colspan="4">1.º ciclo</td><td>10.º ano</td></tr>
<tr><td>1.º ano</td><td>2.º ano</td><td>3.º ano</td><td>4.º ano</td><td>11.º ano</td></tr>
<tr><td colspan="4">2.º ciclo</td><td>12.º ano</td></tr>
<tr><td colspan="2">5.º ano</td><td colspan="2">6.º ano</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="4">3.º ciclo</td></tr>
<tr><td>7.º ano</td><td colspan="2">8.º ano</td><td>9.º ano</td></tr>
</table>

[10] Consultado a 7 de abril de 2014, in: http://www.dgidc.min-edu.pt/

### 6.2 O Ensino da matemática

De acordo com Lippmann (2009), a educação é um contributo essencial para a globalização, pois promove a escolarização de um maior número de indivíduos.

Lupinacci e Botin (2004) referem que o ensino da matemática assume uma função facilitadora quando aplicada no auxílio das tarefas do quotidiano. É também de relevante importância para estes autores que o ensino da matemática seja feito através da aplicação de desafios e/ou problemas, que possibilitem não só a resolução destes, mas também potenciem o desenvolvimento do raciocínio.

Segundo o NCTM (1999), é notória a evolução do ensino da matemática, uma visão reforçada por Ponte (2003), que refere a presença de um ensino tradicional entre os anos 40 e os anos 50, marcados por uma aprendizagem de memorização e de mecanização.

De acordo com Boavida (1993), a matemática era uma ciência associada apenas à aritmética e à geometria, tendo o seu ensino evoluído ao longo do tempo. Inicialmente o processo de ensino-aprendizagem da matemática consistia em operações com números. Mais tarde, surge o ensino da geometria como uma ciência dedutiva, tornando-se assim mais uma área da matemática. Este percurso ao longo da história e a sua relação com outras disciplinas, poderá ser um estímulo para proporcionar uma aprendizagem mais eficaz e interessante para os alunos, e facilitar-lhes a compreensão de determinados conceitos (Ministério da Educação, 2013).

Ponte (1994b) reflete sobre as questões de insucesso na disciplina matemática em contexto educacional, considerando o ensino para uma boa aprendizagem tarefa difícil, apontando como uma possível causa o currículo, no qual é dado mais ênfase à quantidade de assuntos abordados do que à facilitação das aprendizagens dos mesmos.

### 6.3 O ensino da matemática no sistema educativo português no Secundário

A legislação em vigor refere que "o ensino secundário visa proporcionar uma formação e aprendizagens diversificadas e compreende: cursos científico-humanísticos vocacionados para o prosseguimento de estudos de oferta formativa." (Diário da República, 1.ª série – N.º 129, Decreto-Lei n.º 139/2012 de 5 de julho, capítulo II, secção I, artigo 6.º).

Atualmente, com as inúmeras investigações na área da matemática, pretende-se que o ensino desta disciplina se torne para os alunos cada vez mais compreensivo, através da consolidação de factos, teorizações, conceitos, interações, regras e formas de proceder nos vários contextos da sua aplicação (Programa e Metas Curriculares, da Matemática A, 2013). Importa ainda referir que no ensino da matemática se deve motivar o aluno a gostar da disciplina, tanto na sua aplicação mais teórica como prática, ou seja, na vertente do conhecimento mais abstrato, assim como na utilização desta, enquanto ferramenta para a resolução de questões do quotidiano (Programa e Metas Curriculares de Matemática A, 2013).

O Programa de Matemática A de 2001 menciona as três capacidades a serem desenvolvidas por parte dos alunos, tais como:

1. Utilizar a matemática na interpretação e intervenção na vida real;
2. Aplicar o raciocínio e o pensamento científico;
3. Comunicar.

Quadro 6.2 Capacidade e Aptidões retiradas do Programa de Matemática A (2001)

| Capacidades/Aptidões |
|---|
| 1.<br>• Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução;<br>• Selecionar estratégias de resolução de problemas;<br>• Formular hipóteses e prever resultados;<br>• Interpretar e criticar resultados no contexto do problema<br>• Resolver problemas nos domínios da Matemática, da Física, da Economia, das Ciências Humanas, entre outras;<br>2.<br>• Descobrir relações entre conceitos de Matemática;<br>• Formular generalizações a partir de experiências;<br>• Validar conjeturas; fazer raciocínios demonstrativos usando métodos adequados;<br>• Compreender a relação entre o avanço científico e o progresso da humanidade;<br>3.<br>• Comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico;<br>• Interpretar textos de matemática;<br>• Exprimir o mesmo conceito em diversas formas ou linguagens;<br>• Usar corretamente o vocabulário especifico da matemática;<br>• Apresentar os textos de forma clara e organizada. |

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Secundário (2001) atualmente em vigor, a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática, são três das capacidades transversais a toda a aprendizagem da matemática.

**Síntese do Capítulo**

A escola em Portugal teve o seu início na Igreja, no entanto, não esteve desde logo disponível de forma igual para todos.

Com o passar dos anos, já em pleno século XIX, são introduzidas alterações profundas no ensino, passando este a ser institucional, organizado, e a igualdade de oportunidades surge como um bem de e para todos. O aumento da qualificação dos trabalhadores e a certificação das suas aprendizagens passa a ser visto como um benefício para os próprios e para toda a sociedade, propiciando mais e melhores desempenhos.

Em Portugal a tutela da educação é da responsabilidade do Ministério da Educação, existindo uma Lei de Bases do Sistema Educativo que a regula e estrutura em ensino pré-escolar, ensino básico com três ciclos e ensino secundário. Quanto ao ensino da matemática, com base nas investigações que têm sido feitas, considera-se que a mesma assume uma importância fulcral no desenvolvimento do raciocínio, principalmente através da resolução de problemas (Programa e Metas Curriculares, da Matemática A, 2013). Ainda sobre o ensino da matemática, muitos são os autores que se têm debruçado sobre esta problemática. Lupinacci e Botin (2004) referem-se à resolução de problemas matemáticos, relacionando-os com o quotidiano, treinando desta forma o exercício mental e desenvolvendo o raciocínio. Já para Ponte (1994b), o insucesso na aprendizagem da disciplina poderá estar relacionado com a importância dada à quantidade de conhecimento a transferir para os aprendentes, em detrimento da forma como essa mesma transferência é realizada. Quanto ao ensino da matemática no sistema educativo português no secundário, é feito atualmente um esforço para que a mudança se opere, defendendo-se uma maior preocupação com a compreensão, por oposição à memorização e mecanização.

## Capítulo 7. Avaliação

> "Digam-me como avaliam e dir-vos-ei como os vossos alunos ou os vossos estudantes realmente aprendem!" (Ketele, 2006)

O conceito de 'avaliação' apresenta inúmeras perspetivas, de acordo com diferentes abordagens. Para a pedagogia do ensino, a avaliação atua como instrumento regulador no processo de ensino aprendizagem dos alunos (Cardinet,1986; Carrasco, 1989; Lopes & Silva, 2012; Semana & Santos, 2008; Perrenoud,1999). Para os alunos e para as suas famílias é a informação desejada sobre o seu percurso escolar (Perrenoud, 1999). Para os professores funciona ainda como fator de seleção, hierarquizando os aprendentes e diferenciando-os em função dos saberes adquiridos (idem). A visão de avaliação de Hadgi (1994, p. 27), não se distancia dos outros autores, pois considera-a uma forma de "verificar, julgar, estimar, situar, representar, determinar, dar um conselho". Para Carrasco (1995), a avaliação deve ser pensada e planificada, de aplicação contínua, orientada para diversos e distintos momentos ao longo do percurso escolar, tendo o cuidado de integrar todos os aspetos possíveis de avaliar.

De acordo com Bloom, Hastings e Madaus (1983), o ensino tem que se adaptar às transformações que ocorrem no sistema educativo, fruto das mudanças societárias, com implicações diretas nas tarefas educacionais. Para Hadji (1994, p.178), "o avaliador não se limita a ditar regras, nem a criticar o que está mal; deve sim adotar o papel de mediador entre estas duas realidades".

É expectável que o processo avaliativo se torne um desafio a quem o aplica, pela complexidade do trabalho do docente, pelo número excessivo de alunos por turma, e pela diversidade de particularidades inerentes a cada aluno que, por vezes, exige uma abordagem individualizada e personalizada. Este processo de avaliação também se verifica árduo pela dimensão das aprendizagens efetuadas, e pela necessidade de construção de instrumentos de avaliação (Bloom, Hastings & Madaus, 1983).

Relativamente às finalidades da avaliação, Bloom, Hastings e Madaus (1983) referem:

- Aplicar instrumentos de recolha e posterior tratamento de dados, implicando a sua análise, tendo em vista uma melhoria das aprendizagens e uma boa prática letiva por parte dos professores;
- Utilizar a avaliação em vários momentos tendo em conta várias realidades e não apenas através de um único teste;
- Adequar o currículo inicialmente proposto ao perfil de cada aluno, no decorrer do processo de avaliação das aprendizagens.

No Decreto-lei n.º 139/2012 de 5 de julho, são referidos os princípios orientadores e as modalidades de avaliação no ensino secundário. Como função, é referido que a avaliação deve regular o ensino, orientar o percurso escolar e certificar os conhecimentos e capacidades apreendidas e adquiridas pelos alunos, aferir os conhecimentos, assim como verificar o cumprimento das metas curriculares fixadas, retificando procedimentos ou reajustando a prática letiva aos objetivos curriculares. As modalidades de avaliação são: avaliação diagnóstica, avaliação formativa e avaliação sumativa. A primeira deve ser realizada no início do ano letivo ou sempre que se entender oportuno. A avaliação formativa deverá ser contínua e sistemática, assumindo a recolha diversificada de informação sobre as aquisições de conhecimentos por parte do aluno, de forma a permitir a este, ao professor e ao encarregado de educação, acompanhar o progresso das aprendizagens. A avaliação sumativa consiste na classificação e certificação da aprendizagem realizada pelos alunos, e inclui: "a) a avaliação sumativa interna, da responsabilidade dos professores e dos órgãos de gestão e administração dos agrupamentos de escolas e escolas não agrupadas; b) a avaliação sumativa externa, da responsabilidade dos serviços ou entidades do Ministério da Educação e Ciência designados para o efeito" (Ministério da Educação e Ciência, Decreto-lei n.º 129/2012, D.R. n.º 129, série I, de 5 de julho, seção V, artigo 24.º modalidades de avaliação, p. 3481).

Nas Normas que publicou em 1999, o NCTM para a avaliação em matemática diferenciou o conceito de classificação, do conceito de avaliação. Define avaliação como sendo "o processo que inclui a recolha de evidência sobre o conhecimento matemático de um aluno, a sua aptidão para o usar, a sua predisposição para a matemática e também o estabelecimento de inferências, a partir dessa evidência, para propósitos variados" (p.10). Ainda no mesmo documento, a classificação é definida como: "o processo de determinar ou atribuir o valor a algo, tendo por base uma análise e uma apreciação cuidadas." (NCTM, 1999, p. 4).

O NCTM (1999), define seis normas para a avaliação em matemática, apresentando os critérios para a análise da qualidade das avaliações feitas em matemática e que são: a Norma para a matemática, onde se realça a ideia de que a avaliação deve ser o reflexo da matemática que todos os alunos devem saber e ser capazes de fazer, ou seja, a avaliação deve ter em conta as orientações curriculares; a Norma para a aprendizagem, onde se refere que para além de outros propósitos, o principal deverá ser promoção da aprendizagem; a Norma para a equidade, onde se salienta que a avaliação deve promover a igualdade de oportunidade para todos, tendo em conta as particularidades e especificidades de cada aluno; a Norma para a transparência, onde se define que todos os intervenientes no processo devem ser informados atempadamente sobre o processo de recolha de dados, sua finalidade, e que critérios de avaliação serão utilizados; a Norma para as inferências onde se reconhece o saber do aluno mesmo que não seja diretamente observável; a Norma para a coerência onde é suposto estarem em consonância as quatro fases do processo avaliativo, sendo estas a planificação, recolha de dados, interpretação de evidência e uso dos resultados, devem ainda estar de acordo com o currículo e com o ensino.

Segundo o NCTM (1999), os alunos devem ser avaliados pelas competências matemáticas demonstradas, sempre que as colocam em prática no seu quotidiano, pela forma como adquiriram esses conhecimentos e como evoluíram na aprendizagem. Assim, a avaliação não deve ser apenas seletiva, mas muito mais abrangente. Esta deve ter em conta várias competências, diferentes níveis de desempenho e, desejavelmente ter em conta a avaliação conjunta de outros professores sobre a progressão dos aprendentes no saber. Os alunos deverão ser ainda motivados e estimulados a acreditar no seu pensar matemático.

O NCTM (1999) aponta como pedagogicamente correto avaliar competências demonstradas, os níveis de desempenho atingidos, em articulação com a avaliação de outras disciplinas. Assim, torna-se pertinente abordar dois tipos existentes de avaliação, sendo estes a avaliação sumativa e a avaliação formativa.

**O Conceito de Avaliação Sumativa**

A avaliação sumativa segundo Bloom, Hastings e Madaus (1983), consiste em avaliar de uma forma geral, se os conceitos mais amplos foram atingidos durante o processo de aprendizagem, tendo como principal caraterística, "o julgamento do aluno, do professor ou do programa, é feito em relação à eficiência da aprendizagem ou do ensino, uma vez concluídos." (idem, p.129). Esta avaliação aparece no final de um ciclo ou de um determinado momento de aprendizagem, por isso, muitas vezes, é chamada de pontual (Hadji, 1994). Segundo Lopes e Silva (2012), os resultados da avaliação sumativa permitem fazer um julgamento sobre a aquisição dos conhecimentos de um aluno, sobre a eficácia de um programa, determinar se a transferência de conhecimentos ocorreu e, desta forma, determinar o sucesso ou fracasso de um aluno ou de um programa educativo. Já para Rosado e Silva (1999), a avaliação sumativa não é apenas uma classificação numérica para posicionamento do aluno num determinado nível, mas deve também assumir uma apreciação qualitativa.

O Decreto-Lei 139/2012 de 5 de julho, no seu artigo 23.º, fala da avaliação da aprendizagem, dos objetivos que se pretende atingir e dos mecanismos apontados para levar a efeito a mesma. Como modalidade de avaliação, a lei aponta no número 4 do artigo 24.º, a avaliação sumativa, que consiste "na formulação de um juízo global sobre a aprendizagem realizada pelos alunos, tendo como objetivos a classificação e certificação." Menciona ainda no mesmo documento que a avaliação sumativa inclui a avaliação sumativa interna e a avaliação sumativa externa. A avaliação sumativa interna, é aquela que acontece no final dos três períodos letivos. É ao professor e aos órgãos de gestão e administração dos agrupamentos de escolas e escolas não agrupadas que cabe a responsabilidade da avaliação interna, fazendo parte destas funções informar aluno e encarregado de educação do desenvolvimento das aprendizagens. Os alunos são avaliados, a nível interno, por critérios de avaliação definidos pela escola que frequentam, por oposição à avaliação sumativa externa que é da responsabilidade do Ministério da Educação e Ciência. No 3.º ciclo do ensino básico a avaliação sumativa externa consiste na realização de uma prova final no 9.º ano de escolaridade e no ensino secundário esta avaliação é feita através de testes intermédios e de um exame nacional de matemática.

Assim, para Pacheco (1998), a avaliação sumativa corresponde a uma hierarquização das aprendizagens, e a uma medição da prestação dos alunos numa perspetiva de sucesso ou insucesso.

**O Conceito de Avaliação Formativa**

Para os autores Lopes e Silva (2012) e Bloom, Hastings e Madaus (1983) é pela forma como são utilizados os resultados da avaliação, que se determina se esta é considerada formativa ou sumativa. A noção de avaliação formativa foi criada em 1967 por Scriven, em oposição à de avaliação sumativa (Abrecht, 1994; Bloom, Hastings & Madaus, 1983; Cardinet,1986; Lopes & Silva, 2012;), mas só foi utilizada um ano mais tarde por Benjamin Bloom, com o objetivo de se adequar às necessidades dos alunos, de forma a melhorar a sua aprendizagem (Abrecht, 1994; Allal, 1986; Cardinet,1986; Fernandes, 2006; Lopes & Silva, 2012).

Para Bloom, Hastings e Madaus (1983), a avaliação formativa é o uso de avaliação sistemática durante o processo de ensino e aprendizagem, apenas com a finalidade de aperfeiçoar a recolha da informação durante a fase de elaboração e de experimentação de um novo programa.

Com a evolução das teorias do desenvolvimento e da aprendizagem, outros autores, consoante as caraterísticas particulares da sua interpretação de avaliação formativa, optaram por dar novos nomes ao mesmo conceito, tais como: avaliação formadora (Abrecht, 1991); avaliação reguladora (Allal, 1986; Perrenoud, 1999; Santos, 2010); avaliação formativa alternada (Fernandes, 2006); avaliação autêntica (Silva & Lopes, 2012).

> A avaliação formativa não deve ser considerada como uma forma de verificação de conhecimentos. É antes, o interrogar-se sobre um processo; é o refazer do caminho percorrido, para refletir sobre o processo de aprendizagem em si mesmo, sendo útil, principalmente para levar o aluno a considerar uma trajetória e não um estado (de conhecimentos), dando sentido à sua aprendizagem e alertando-o, ao mesmo tempo, para eventuais lacunas ou falhas de percurso, levando-o deste modo, a buscar – ou, nos casos de menor autonomia, a solicitar – os meios para vencer as dificuldades (Abrecht,1994, p.18).

Ainda para o mesmo autor, a avaliação formativa pode ser considerada como uma atitude, pois desperta o aluno para a consciencialização de que o processo de aprendizagem é, essencialmente, uma dinâmica direcionada para objetos, dificuldades e critérios. Este tipo de avaliação tem ainda um objetivo diagnóstico, assim como de guia, tanto para o professor como para o aluno (Hadji, 1994). Por este motivo, é necessária uma maior recolha de dados para serem interpretados, em função das dificuldades sentidas pelos alunos durante o processo de aprendizagem, de forma a satisfazer os critérios que se entenderem mais adequados (Abrecht, 1994 citado em Pacheco, 1998). Para os autores Cardinet (1986), Rosado & Silva (1999) e Allal (1986), a avaliação formativa serve ainda para regular o processo de ensino aprendizagem, identificar métodos ineficazes e os menos produtivos que dificultam a aprendizagem.

Segundo Allal (1986) existem três etapas na avaliação formativa: a primeira etapa ocorre com a recolha de informação sobre os progressos ou dificuldades sentidas pelos alunos; na segunda etapa, procede-se à interpretação desta informação, com o intuito de diagnosticar o que está na origem das dificuldades apresentadas pelos alunos; na terceira e última etapa, o professor, com base nas informações recolhidas anteriormente, tenta adaptar as atividades de ensino e aprendizagem de forma a responder à especificidade de cada situação.

Abrecht (1994) ao analisar as diferentes definições apresentadas por outros autores, identifica pontos comuns nessas definições, nomeadamente: que a avaliação formativa é dirigida ao aluno; procura uma consciencialização por parte deste sobre a sua aprendizagem; é parte constituinte da aprendizagem; procura uma adaptação às situações individuais, devendo assim ser flexível e respeitar a pluralidade e a diversidade, pondo o seu enfoque nos resultados, bem como nos processos; não se limita a observar, procurando também agir sobre a aprendizagem e/ou ensino; dá importância às dificuldades em vez de as sancionar e tenta ajudar o professor a orientar a sua prática letiva.

De acordo com Silva e Lopes (2012), a avaliação formativa tem como intuito melhorar qualitativamente a aprendizagem dos alunos e não quantificar essa aprendizagem. Deste modo, muitos são os autores que consideram a avaliação formativa como um processo contínuo de aprendizagem e de avaliação e não apenas aquando da realização de um teste formativo (Lopes & Silva, 2012). Há autores, para quem a avaliação formativa consiste nas atividades desenvolvidas pelos alunos e/ou professores, que fornecem informação que possa ser usada como feedback, para reorientar as atividades de ensino e de aprendizagem (Santos, 2008).

**Síntese do Capítulo**

Conclui-se então que a avaliação é entendida de forma diferenciada pelos atores envolvidos. Para uns será um instrumento de seleção; para outros servirá de informação sobre o sucesso ou insucesso na aquisição do conhecimento, refletindo-se na progressão dos estudos (Cardinet, 1986; Carrasco, 1989; Lopes e Silva, 2012; Semana e Santos, 2008; Perrenoud, 1999).

Quanto ao momento da avaliação, é defendido por Carrasco (1995) que a sua aplicação deve ser continua. São-lhe reconhecidas finalidades, funções e ainda modalidades. Como modalidades temos avaliação diagnóstica, formativa e sumativa. Também se diferencia avaliação de classificação (NCTM, 1991) e apontam-se critérios para a análise de qualidade das avaliações em matemática. Assim, o NCTM (1999) refere como pedagogicamente correto, avaliar competências demonstradas e os níveis de desempenho atingidos, em articulação com a avaliação de outras disciplinas.

Fazendo agora referência à avaliação sumativa, para autores como Bloom, Hastings e Madaus (1983), a avaliação sumativa pretende dar a conhecer se foi atingido o objectivo no final de um ciclo de aprendizagem. Quanto à avaliação formativa, ela pretende fazer o diagnóstico das dificuldades que o aluno vai encontrando, identifica métodos ineficazes de ensino permitindo identificar os obstáculos a remover por dificultarem a aprendizagem.

## Capítulo 8. Avaliação das aprendizagens

O Ministério da Educação e Ciência relativamente à avaliação no Programa Matemática A, diz-nos que:

> Avaliar os conhecimentos matemáticos dos estudantes, significa reunir e analisar dados sobre o que estes sabem a respeito de conceitos e métodos matemáticos. Estes dados devem ser utilizados tanto pelos professores como pelos estudantes; os professores deverão utilizá-los para ajudar os estudantes a adquirir conhecimentos profundos e ideias claras sobre os conteúdos matemáticos (Ministério da Educação, 2001, p.13).

No mesmo documento é ainda referido o caráter formativo e autoformativo que se espera da avaliação, e assim, "pretende-se que a avaliação em matemática não se restrinja a avaliar o produto final mas também o processo de aprendizagem e permita que o estudante seja um elemento ativo, reflexivo e responsável da sua aprendizagem" (Ministério da Educação, 2001, p.13).

A avaliação está ao serviço da aprendizagem com a perspetiva do aumento da mesma, assim como para a tomada de decisões sobre o ensino (Santos, 2005). Quando temos a avaliação direcionada para a aprendizagem de forma adequada, o aluno tem acesso aos critérios valorizados no processo de avaliação e, consequentemente, terá controlo sobre o seu percurso na aprendizagem bem como na decisão dos conhecimentos necessários para avaliação positiva (idem). A participação dos alunos no seu próprio processo de avaliação torna este transparente entre os avaliadores, os avaliados e o que é sujeito a avaliação, contribuindo ainda para que o aluno seja ativo, autónomo e responsável na aquisição das suas aprendizagens (idem). A complementaridade de outras disciplinas para a avaliação, torna-se também numa mais-valia para o percurso escolar do aluno (Abrantes et al., 1997). A avaliação das aprendizagens pressupõe uma postura de diagnóstico e identificação das necessidades que os alunos enfrentam no processo de aprendizagem. Para isso é necessário uma caraterização do perfil dos alunos, de forma a prestar uma apreciação quantitativa e qualitativa dos conhecimentos adquiridos nas determinadas situações de ensino (Tinoco, 2011). Assim, espera-se que ocorra uma interação entre professor e aluno, formulando-se conceções, como resultado daquilo que foi dito ou feito entre ambos, ou de um para o outro. Desta forma, a avaliação assenta na atribuição de significado por parte dos alunos ao que o professor disse, através da compreensão e interpretação, recaindo nesta reciprocidade o ensino efetivo (NCTM, 1991). É desejável que a avaliação seja um instrumento de regulação da aprendizagem, de forma a orientar o professor nas suas estratégias de transferência de conhecimentos (idem).

As Normas da NCTM de 1991 para a avaliação das aprendizagens dos alunos são: a compatibilidade na relação entre o currículo e os instrumentos de avaliação; a diversidade na recolha de informação apoiada em fontes de diferentes contextos, formas e situações problemáticas; os métodos e práticas de avaliação adequados ao tipo de informação e da sua aplicação. A avaliação é considerada também como um importante instrumento de mudança na reforma dos curricula, assim como um precioso referencial para os professores, sobre os conhecimentos matemáticos dos seus alunos. As mudanças propostas pelo NCTM incidem sobre: recolha de informação útil; meios de avaliação mais diversificados e mais abrangentes; inclusão do ensino da matemática e do currículo como objeto de avaliação (idem). É ainda entendido que a avaliação deve ser clara quanto aos temas e conceitos porque “aquilo que se avalia pode influenciar fortemente, o que se ensina aos alunos” (NCTM, 1991, p. 226). Numa apreciação mais geral sobre a avaliação, as Normas (1991) apontam para novas exigências quanto aos métodos escolhidos para ajuizar os progressos na aprendizagem dos alunos, quanto à resolução de problemas, no raciocínio e na clareza da comunicação nos processos utilizados para a resolução das tarefas. As Normas do NCTM de 1991 apontam ainda para a convergência de várias e diferentes fontes que apoiam novas respostas educacionais. Entende-se que na **avaliação para as aprendizagens** se recorra a uma avaliação formativa, enquanto que na **avaliação das aprendizagens** o que se lhe adequa é a avaliação sumativa, sendo necessário para ambas, recorrer a instrumentos de avaliação que os professores têm ao seu dispor, tendo em conta o objetivo que se propõem atingir (Abrantes et al.,1997). Assim, podemos encontrar de entre outros, os seguintes instrumentos de avaliação:

- Relatório escrito

O relatório escrito é, segundo Varandas (2000, citado em Menino e Santos 2004), um trabalho escrito, onde o aluno, sobre uma determinada situação, tem a oportunidade de escrever e criar os seus próprios comentários e ainda fazer a sua análise crítica. Estes relatórios tanto podem ser individuais como realizados em grupo, variando o local e o tempo de realização (Leal, 1992). Segundo a mesma autora, o relatório deverá ser elaborado pelo aluno, corrigido pelo professor, e reescrito pelo aluno com base nos comentários do professor, pois só desta forma se constituirá um contributo para a aprendizagem do aluno.

- Teste em duas fases

O teste em duas fases como nos é descrito por Abrantes et al. (1997) é um teste realizado em dois momentos consecutivos, normalmente em aulas de 2 horas. O primeiro teste é realizado sem qualquer intervenção ou ajuda do professor. Num 2.º momento, já com os erros do 1.º teste identificados e comentados, e com base nessas pistas, os alunos realizarão de novo os exercícios, devendo ter em atenção os comentários feitos pelo professor, por forma a repensar, reformular e por isso a melhorar as suas respostas.

- Observação dos alunos

As informações recolhidas através da observação são importantes na medida em que permitem conhecer facetas do aluno, quer sejam positivas quer sejam negativas, que não foram possíveis de identificar por outros meios. Leal (1992) afirma que o professor antes de observar deverá delimitar o campo que pretende ver analisado assim como decidir se observa o aluno individualmente ou enquanto inserido num grupo.

- Portfólio

O portfólio consiste num dossier onde o aluno reúne os seus trabalhos mais significativos realizados ao longo do ano letivo ou de vários anos letivos. Esses trabalhos mais significativos poderão ser anotações ou comentários pessoais a um assunto ou trabalho que mais o marcou, contendo também anotações e comentários produzidos pelos professores (Fernandes, 2011). Para Menino e Santos (2004), o portfólio consiste num conjunto de documentos escritos pelos alunos, onde tanto estes como os professores se inteiram sobre o processo de aprendizagem e onde ambos são atores privilegiados.

- Apresentação oral

Para Carrasco (1985), a apresentação oral é a resposta oral às questões que são colocadas pelo professor ao aluno, logo após a explicação da matéria.

Segundo Abrantes et al. (1997), são distinguidos dois momentos na apresentação oral. Um primeiro momento refere-se à 'apresentação' informal que acontece enquanto o grupo de alunos trabalha; um segundo momento é identificado pela apresentação oral final do referido trabalho de grupo.

- Entrevista ou questionário

Ao professor é necessário avaliar atitudes, valores e ideias que o aluno tem sobre a aprendizagem da matemática. Socorre-se então de entrevistas, que podem ser registadas em áudio ou em questionários, e às quais os alunos podem responder oralmente ou por escrito. Este instrumento de avaliação pode tornar-se num elemento de grande importância para o professor, por lhe permitir tomar conhecimento de como os alunos encaram a aprendizagem da matemática.

Ainda para Carrasco (1985, p.82), na entrevista "trata-se de obter as informações necessárias através de uma relação pessoal em forma de conversa".

- A autoavaliação

O processo de autoavaliação é realizado pelo próprio, sobre si mesmo. É um processo de avaliação auto dirigido. "É um processo de metacognição, entendido como um processo mental interno, através do qual o próprio toma consciência dos diferentes momentos e aspetos da sua atividade cognitiva" (Santos, 2002, p. 79). No processo de autoavaliação o aluno deverá ser capaz de reconhecer o que fez e aquilo que seria espectável fazer. Deverá ainda ser capaz de produzir a mudança dentro de si próprio para ultrapassar as dificuldades que lhe foram diagnosticadas.

A aplicação variada e de forma integrada destes instrumentos ao longo do ensino, irá favorecer um processo contínuo de avaliação das aprendizagens, permitindo verificar os conhecimentos mais facilmente adquiridos pelo aluno nas tarefas que lhe são propostas, tendo em conta os diversos contextos de aprendizagem (Menino & Santos, 2004).

Segundo o relatório de matemática 2001 (APM,1998), os professores, de entre os instrumentos de avaliação que têm ao seu dispor, de uma forma geral gostam mais de utilizar o teste escrito como elemento de avaliação, no entanto a APM recomenda que:

> Tendo em atenção que os objetos curriculares incluem competências nos domínios dos conhecimentos, capacidades, atitudes e valores, os professores devem procurar encontrar formas diversificadas de recolha de dados para a avaliação dos alunos, recorrendo, para além dos testes, a relatórios e outros trabalhos e a desempenhos orais dos alunos e procurar formas práticas e eficazes de registo desses dados, de forma a viabilizar uma avaliação formativa mais sistemática e a sua integração na avaliação sumativa (APM,1998, p. 42).

Segundo Fernandes (2007), nos últimos 30 anos, no âmbito legislativo, foram surgindo alterações a nível das formas de avaliar. A evolução verificou-se na passagem da classificação para a certificação e para a avaliação contínua, acompanhando o aumento da escolaridade do aluno.

Na avaliação das aprendizagens podemos ter em conta determinados indicadores que as conseguem identificar. Estes indicadores podem ser breves narrações orais, escritas ou esquemas, utilizando recursos como o computador, a calculadora, e ainda reconhecendo outros indicadores que consigam representar conhecimentos (NCTM, 1999). A verificação das aprendizagens diz respeito aos processos cognitivos, em que não é possível apercebermo-nos deles de forma direta (idem). Segundo Rosado e Silva (1999) não são só aptidões cognitivas que a avaliação das aprendizagens consegue verificar, são também as aptidões de nível social, afetivas e motoras.

O NCTM (1999) também refere o valor educativo da avaliação, desde que as fases do processo estejam interligadas, e que são: a planificação, a recolha de dados e as interpretações realizadas.

A avaliação das aprendizagens em matemática inserem-se na compreensão dos conhecimentos adquiridos em contexto de sala de aula, sabendo-se que o processo de aprendizagem tem mais sucesso quando os alunos assumem um papel de poder sobre as suas próprias aprendizagens, em que conseguem vigiar os conhecimentos que são aprendidos e os que não o são, permitindo assim analisar o seu progresso nas aprendizagens (idem).

Segundo o NCTM (2007), a resolução de problemas, o raciocínio e a argumentação, potenciam o desenvolvimento da aplicação dos conhecimentos a nível dos procedimentos e da compreensão.

Para Santos et al. (2010), sendo o objetivo principal desta avaliação monitorizar e regular o ensino aprendizagem do aluno, os momentos de avaliação devem ocorrer durante as aulas e não em momentos exclusivos de avaliação mais formal. Contudo, a avaliação não é formativa ou reguladora apenas por ocorrer durante a aula; é necessário que a avaliação seja direcionada para o aluno; faça parte do processo de ensino e aprendizagem; os objetivos de aprendizagem sejam do conhecimento do aluno e do professor; potencie a perceção e análise da aprendizagem dos alunos quer por estes quer pelos professores; promova a autoconfiança dos alunos no seu próprio processo de aprendizagem e promova a reflexão por parte de todos os envolvidos neste processo a partir da informação obtida através dos mesmos. Assim, o NCTM (2007) também refere que este processo de avaliação das aprendizagens deverá ser um processo contínuo e sistemático para que este se torne uma atividade habitual, e que não seja necessário interromper o curso da aula, nem que se torne necessário criar momentos específicos de avaliação, que obriguem à suspensão da mesma.

É importante referir a tomada de consciência do aluno no seu próprio processo de aprendizagem, responsabilizando-o pelo seu papel fulcral no estudo da matemática (Dias, 2005).

Neste processo de verificação das aprendizagens é preciso ter em atenção os alunos que temos à nossa frente, considerando a idade destes, a sua experiência escolar anterior, as suas necessidades específicas, entre outros aspetos (Normas, 2007). O processo de avaliação das aprendizagens não avalia apenas o aluno, mas também o professor. (Weisz & Sanchez, 2006).

Sendo o tema central desta investigação, a avaliação das aprendizagens através do raciocínio e da comunicação matemática em contexto de resolução de problemas, tem-se como conceitos-chave a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Assim, seguidamente serão apresentados estes conceitos estruturantes.

## 8.1 Resolução de Problemas

> "Um problema é uma tarefa que difere de um exercício essencialmente pelo facto de o aluno não dispor previamente de um algoritmo ou estratégia que conduzirá a uma solução." (Duarte, 2000, p. 98)

Para Ponte (2005), a aprendizagem adquirida pelos alunos resulta principalmente das atividades que realizam, e da reflexão que efetuam sobre as mesmas. Estas atividades compreendem tarefas que podem resultar da iniciativa do professor, ou do próprio aluno durante o seu processo de estudo. Assim, o professor deve criar e orientar tarefas a partir das quais os alunos se sintam mais envolvidos e mais participantes nas atividades. De acordo com Boavida et al. (2008), das várias tarefas que o professor pode propor na aula, umas têm como finalidade trabalhar a memória e o treino, outras estão orientadas para trabalhar a complexidade do raciocínio matemático. Segundo Ponte (2005) as tarefas matemáticas podem ser analisadas em duas dimensões: a primeira relacionada com o nível de estruturação e a segunda com o nível de desafio matemático proporcionado. Relativamente ao desafio matemático, este depende do conhecimento ou desconhecimento do processo de resolução, variando entre reduzido e elevado. Quanto à estrutura, esta relaciona-se com a explicitação ou não do que se pretende realizar, podendo desta forma classificar as tarefas de abertas ou fechadas. De acordo com estas duas dimensões Ponte (2005) propõe quatro tipos principais de tarefas utilizadas pelos professores: exercício (tarefa fechada, desafio reduzido); problema (tarefa fechada, desafio elevado); exploração(tarefa aberta, desafio reduzido); investigação (tarefa aberta, desafio elevado), colocando-as em quatro quadrantes, de acordo com as caraterísticas de cada uma (figura n.º 0.1).

De acordo com Ponte (2005), o exercício e o problema apenas diferem no grau de desafio, verificando-se o mesmo entre exploração e investigação (ver figura 8.1). Mas nem sempre é fácil fazer a distinção entre os vários tipos de tarefas (Boavida et al., 2008), porque o grau de desafio depende dos conhecimentos previamente adquiridos pelos alunos (Ponte, 2005), ou seja, o que pode ser considerado um problema para alguns, pode ser considerado como exercício para outros.

Outras duas dimensões das tarefas apresentadas por Ponte (2005) são a duração e o contexto. Em relação à duração, a realização de uma tarefa pode ser curta ou longa; relativamente ao contexto, as tarefas podem representar uma situação real ou formularem apenas uma situação matemática. O contexto é um fator bastante frequente nos problemas e exercícios matemáticos, onde as situações reais apresentadas, por vezes não têm qualquer significado, centrando-se a atenção unicamente na propriedade ou propriedades.


Figura 8.1 Relação entre os diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura. Retirado de Ponte (2005).

Sendo a resolução de problemas um dos temas abordados neste trabalho, é importante clarificar o conceito de problema.

Segundo Boavida et al. (2008) e o NCTM (2007), estamos perante um *problema* quando temos que encontrar uma estratégia para chegar à solução, estratégia esta, que não pode recorrer a processos conhecidos ou estandardizados. Estamos perante um exercício quando a resolução da tarefa é apoiada em processos já conhecidos, repetitivos ou mecanizados.

Com a evolução do ensino e da aprendizagem da matemática nas últimas décadas, para Menino e Santos (2004) o ensino está atualmente direcionado para a resolução e compreensão de problemas e não apenas para a aquisição de conceitos, sendo reforçado por Abrantes (1988) e Boavida et al. (2008) que a resolução de problemas é cada vez mais reconhecida como uma tarefa relevante no currículo de matemática. Contudo, não se defende que seja a única alternativa para a atividade matemática na sala de aula, mas sim, um complemento a outras atividades que apelam mais à memória e ao treino (Boavida et al., 2008).

Em Portugal, a resolução de problemas na educação em matemática, evidenciou-se pela reforma curricular de 1991, tendo como objetivo uma nova conceção para o saber e pensar matemático, de forma a que os alunos adquirissem aprendizagens nesta área disciplinar (Boavida, 1993). De acordo com Duarte (2000), a resolução de problemas é uma estratégia que pode ser utilizada para a motivação dos alunos na aprendizagem da matemática, pois obriga a que não sejam apenas ouvintes, meros atores passivos, e se tornem mais interventivos no pensar matemático (idem). Para Serrazina et al. (2002) e o NCTM (2007), a resolução de problemas serve igualmente para compreender melhor a matemática e o processo de ensino-aprendizagem da mesma. “Atualmente a resolução de problemas é encarada como uma metodologia de ensino em que o professor propõe ao aluno situações-problema caracterizadas pela investigação e exploração de novos conceitos." (Mendes, 2009, p. 71). Assim, segundo o NCTM (2007) a resolução de problemas potencia nos alunos o processo de exploração e desenvolvimento dos conhecimentos adquiridos, bem como a aquisição de novos conhecimentos, servindo de estímulo no seu processo de aprendizagem.

As Normas do NCTM de 1991, referem que para a resolução de problemas de matemática os alunos deverão possuir as seguintes competências:

- Saber investigar e compreender os assuntos matemáticos;
- Saber correlacionar conhecimentos matemáticos, recorrendo a estratégias na aplicação da resolução de problemas da matemática;
- Saber reconhecer e formular problemas tanto ligados diretamente ou indiretamente à matemática;
- Saber relacionar os conhecimentos adquiridos para a resolução de situações problemas da vida real. (Normas, 1991).

A resolução de problemas permite desenvolver "comportamentos e atitudes (…), proporciona níveis cognitivos na compreensão e aplicação de factos e técnicas" (Duarte, 2000, p. 99) sendo também intrínseca à matemática (idem). Na aprendizagem da matemática, a resolução de problemas segundo Mendes (2009), pode contribuir para que as aulas se tornem participadas, tendo em conta todo o contexto sociocultural e socioeconómico do aluno, proporcionando ainda uma aprendizagem construtiva, criando oportunidade de reflexão, de organização ou reorganização do pensar matemático (Boavida,1993).

Segundo o NCTM (2007) a resolução de problemas traduz-se numa motivação para a utilização da comunicação matemática através do domínio oral e escrito, sendo ainda considerada uma estratégia para a recuperação de conhecimentos anteriormente adquiridos (Ministério da Educação, 2001). Portanto, o ensino-aprendizagem da resolução de problemas no ensino secundário deve potenciar e desenvolver estratégias, bem como saber aplicá-las sempre que necessário, de acordo com as situações apresentadas (idem). Ainda no mesmo documento, é referido que através da aprendizagem da resolução de problemas em matemática, "os alunos irão adquirir modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade, e confiança em situações desconhecidas, que lhes serão muito úteis fora da aula de matemática. Na vida quotidiana e no trabalho, ser hábil na resolução de problemas poderá acarretar-lhe muitas vantagens" (NCTM, 2007, p. 57). Assim, a matemática através da resolução de problemas, proporciona benefícios quando aplicados na vida quotidiana, por isso, a aprendizagem destes é de extrema importância (idem).

Para o NCTM (2007), a matemática não é apenas uma disciplina que passa pela memorização de regras para a concretização de exercícios, mas também pretende que os alunos consigam:

- Construir novos conhecimentos matemáticos através da resolução de problemas;
- Resolver problemas que surgem em matemática e em outros contextos;
- Aplicar e adaptar uma diversidade de estratégias adequadas para resolver problemas;

- Analisar e refletir sobre o processo de resolução matemática de problemas.

Segundo Pólya (1995), o processo de resolução de problemas desenvolve-se em quatro fases: a primeira consiste na compreensão do problema e, para isso, será necessário verificar qual a incógnita e quais os dados disponíveis; a segunda consiste em encontrar ou construir uma estratégia, onde por vezes é necessário recorrer ao auxílio de outros problemas, na perspectiva de alcançar uma nova estratégia para a sua resolução; a terceira compreende a execução dessa estratégia, visando a aplicação prática da mesma; a quarta define-se pela retrospetiva, ou seja, proceder à verificação da solução encontrada.

De acordo com o NCTM (2007), a conceção da resolução de problemas evolui de acordo com a escolaridade onde o ensino da matemática decorre, ou seja, as estratégias utilizadas adquirem representações diferentes e métodos mais complexos conforme o aumento dos anos de escolaridade dos estudantes, assim, "o currículo de Matemática deve proporcionar a todos os alunos muitas oportunidades para enfrentar problemas que os interessem e desafiem e que, com o esforço apropriado, consigam resolver" (NCTM, 1991, p.166).

Segundo Semana e Santos (2008) a resolução de problemas constitui uma das tarefas matemáticas que melhor promove e desenvolve a capacidade de raciocínio matemático dos alunos.

### 8.2 Raciocínio matemático

> "Etimologicamente, raciocinar remete para calcular, mas também para usar a razão para julgar, compreender, examinar, avaliar, justificar e concluir, o que conduz a que, em matemática, não raciocinamos apenas quando provamos algo. Também raciocinamos ao apresentar razões que justificam afirmações ou posicionamentos, ao tentar convencermo-nos a nós próprios, ou a outros, da razoabilidade destas justificações ou ao procurar explicar a coerência entre o que se aceita como válido e as suas consequências." (Boavida, 2008, p. 1)

O principal objetivo do ensino e da aprendizagem da matemática, é contribuir para que os alunos adquiram competências na área do raciocínio matemático (Ponte, Pereira & Henriques, 2011; Semana & Santos, 2008), pois é através deste, que se chega à compreensão de situações matemáticas (Semana & Santos, 2008). De acordo com o NCTM (2007), "ser capaz de raciocinar é essencial para a compreensão da matemática" (p.61).

Segundo Oliveira (2008), o raciocínio matemático pressupõe a necessidade de envolver diferentes aspetos "de natureza lógica, matemática, epistemológica, biológica, psicológica e até emocional" (p. 8).

O raciocínio matemático aparece no Programa de Matemática (Ministério da Educação, 2001) como uma das capacidades transversais a adquirir por parte dos alunos durante os três anos do ensino secundário. Também no documento Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007) se destaca a importância dos alunos raciocinarem matematicamente, usando conceitos, representações e procedimentos matemáticos. É referido ainda, que o raciocínio matemático não é apenas um objetivo, mas também uma orientação metodológica, seguida pelo professor na elaboração das atividades a desenvolver em sala de aula. Nestes dois documentos, o raciocínio é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida, pois envolve a justificação e a explicação de um processo de resolução, a formulação de conjeturas, bem como o teste das mesmas e, por fim, uma demonstração (Semana & Santos, 2008).

Tendo o raciocínio um papel tão importante para a compreensão da matemática (NCTM, 2007), é necessário esclarecer o que se entende por raciocínio matemático. Para Oliveira (2008), raciocínio matemático é um conjunto de conhecimentos adquiridos e consolidados anteriormente, que permitirão a formulação de outros novos conhecimentos. Já para Saraiva (2008), "o raciocínio matemático é essencialmente sobre o desenvolvimento, a justificação e o uso de generalizações matemáticas" (p.31).

Para se conhecer o raciocínio matemático dos alunos é importante que eles o comuniquem de forma verbal e não-verbal, recorrendo a representações como diagramas, gráficos e expressões simbólicas (NCTM, 2007). Relativamente ao raciocínio em discussão oral, o aluno consegue ter um confronto com as suas próprias estratégias de resolução das tarefas, confronto entre este e os pares e ainda com o professor (Semana & Santos, 2008). Com a explicação do raciocínio através da escrita, os alunos tendem a aprofundar e a clarificar as estratégias, recorrendo com rigor à linguagem matemática (Semana & Santos, 2008). Desta forma o professor tem um papel importante no desenvolvimento do raciocínio matemático (Boavida 2008), criando "condições para os alunos aprenderem a raciocinar matematicamente, passando não apenas por propor-lhes tarefas com determinadas caraterísticas, mas por ajudá-los a desenvolver o hábito de pensar, tão ligado ao 'porquê das coisas'" (idem, p.1).

Para Ponte, Pereira e Henriques (2011), o desenvolvimento da capacidade de raciocinar pode ser potenciada com a resolução de problemas, de exercícios e tarefas de investigação, porque a resolução de qualquer uma destas tarefas necessita da utilização de conhecimentos e procedimentos do saber matemático. Para o NCTM (2007), "as aulas em que os alunos são encorajados a apresentar as suas ideias e em que todos contribuem através da avaliação das ideias uns dos outros, proporcionam ambientes ricos e estimulantes para a aprendizagem do raciocínio matemático" (p.64).

Sendo o raciocínio uma capacidade relevante na aprendizagem do aluno, importa ainda mencionar e caraterizar os diferentes tipos de raciocínio matemático representados no quadro seguinte:

Quadro 8.1 Tipos de raciocínio matemático[11]

| **Tipos de Raciocínio Matemático** | | | |
|---|---|---|---|
| Raciocínio Indutivo | Raciocínio Dedutivo | Raciocínio Abdutivo | Raciocínio Transformativo |
| • Identificar padrões<br>• Formular conjeturas<br>• Partir do geral para o particular | • Pressupõe demostrações e lógica<br>• Verificar conclusões<br>• Ajuizar da validade de demonstrações<br>• Construção de demonstrações válidas<br>• Justificar propriedades | • Dedução<br>• Formulação de hipóteses explicativas | • Dedução<br>• Formulação de representações mentais através da interpretação de imagens e esquemas |

Para Pereira e Ponte (2012) de acordo com as caraterísticas anteriormente apresentadas, os tipos de raciocínio indutivo, dedutivo e abdutivo são os que mais facilmente se identificam na sala de aula. Com estas características espera-se uma melhor compreensão das diversas formas de raciocínio matemático (Pereira, 2012).

Para Semana e Santos (2008), o raciocínio é uma capacidade passível de ser avaliada através do ensino da matemática. Para o professor, a avaliação do raciocínio irá permitir uma reflexão sobre a sua forma de ensinar; para o aluno, permitirá tomar consciência do rumo da sua aprendizagem.

Para Ponte et al. (2012) e Semana e Santos (2008), as investigações e a resolução de problemas são alguns dos instrumentos utilizados para avaliar e promover a capacidade de raciocínio matemático dos alunos. Para o NCTM (2007), apenas "ao observar as suas representações (dos

[11] Baseado em Pereira & Ponte (2011); Ponte & Henriques (2012); Oliveira (2008) e NCTM (1991)

alunos), os professores poderão conseguir compreender os modos de interpretação e de raciocínio dos alunos" (p. 76).

Segundo o NCTM (2007) e Ponte (2012), ao promover nos alunos a justificação e explicação de conclusões desde os primeiros anos de ensino, torna-se mais fácil a formalização de justificações que conduzam à realização de demonstrações. Ainda a mesma ideia é reforçada por Boavida et al (2008), quando

> em ambientes adequados, os alunos, desde os primeiros anos de escolaridade, são capazes de explicar e de justificar os raciocínios usados durante o processo de resolução de uma tarefa matemática, de fazer generalizações a partir da análise de casos particulares, de compreender o que significa um contraexemplo, de refletir sobre o que constitui um argumento aceitável e adequado quando se trabalha em Matemática e de aplicar resultados gerais a exemplos específicos (p.81).

Segundo Semana e Santos (2008), cabe ao professor promover a realização de tarefas que desenvolvam o raciocínio matemático, assim como levar os alunos a saberem explicar com clareza, o raciocínio efetuado.

### 8.3 Comunicação matemática

> “ A comunicação é uma parte essencial da matemática e da educação matemática. É uma forma de partilhar ideias e de clarificar a compreensão matemática. Através da comunicação as ideias tornam-se objetos de reflexão, aperfeiçoamento, discussão e correção” (NCTM, 2007)

Para Martinho e Ponte (2005), a comunicação tem adquirido cada vez mais importância no processo de ensino-aprendizagem. Assim, Cândido (2007) reforça que a comunicação entre professores e alunos sobre conceitos e noções matemáticas é essencial para a aquisição, troca e consolidação de conhecimentos e pensamentos matemáticos.

Assim, podemos inferir que na matemática a comunicação é um fator imprescindível para o sucesso do processo de ensino-aprendizagem da disciplina, assumindo assim o professor, em contexto de sala de aula, um papel importante nesta dinâmica (Ponte et al., 2007). Para este, a preocupação reside em ser o mais claro possível na transmissão do conhecimento, e conseguir evitar o ruído ou qualquer interferência na mensagem (idem).

Segundo o Ministério da Educação (1991) “há que promover atividades que estimulem e impliquem a comunicação oral e escrita, levando o aluno a verbalizar os seus raciocínios explicando, discutindo, confrontando processos e resultados” (p.16).

É através de mensagens orais e escritas que os alunos conseguem comunicar ideias e apropriarem-se de conceitos matemáticos (Ponte et al., 2007). No entanto, professores e alunos, têm que saber estabelecer entre si uma linguagem explicativa das suas ideias matemáticas, para que esta seja entendível por ambos e ainda por outros interlocutores. Torna-se igualmente importante para os alunos utilizarem e treinarem as suas capacidades argumentativas, defendendo as suas posições e questionando outras ideias e outros pontos de vista, quer sejam dos colegas quer sejam do professor, gerando um debate construtivo, onde o objectivo principal é a construção e o crescimento na aprendizagem da matemática (idem).

Segundo Rodrigues (2010), a comunicação matemática permite aos alunos terem a possibilidade de expor e fundamentar as suas formas de resolução, apresentando o seu raciocínio e tornando-a assim naquilo a que se chama – comunicação instrutiva.

Constata-se também, que uma boa comunicação na sala de aula promove um ambiente facilitador das aprendizagens por parte dos alunos, e de uma boa transferência de saber por parte dos professores, servindo como um instrumento facilitador e de regulação das boas práticas na sala de aula (Ponte et al., 2007). Esta atitude facilitadora pode ser utilizada pelo professor de várias formas, conforme a situação em análise. Se estiver perante um grupo poderá colocar perguntas de resposta direta ou, a partir de uma dúvida colocada, gerar debate e momentos vivos de argumentação (idem).

Conforme o NCTM (1991), em matemática, ler, ouvir ou falar sobre a disciplina, é muito importante para o conhecimento e aprendizagem do aluno e ainda, através da sua participação exploratória, quer de forma individual ou inserido num grupo.

É através da interação criada entre professor e aluno que são criadas oportunidades de discussão, de esclarecimento de dúvidas e de capacidade de síntese (Ponte et al., 2007). Também o NCTM (1991) destaca a importância da interação na sala de aula, sustentada numa boa comunicação, por favorecer o ensino da matemática mais no domínio da compreensão, desviando-a assim da tendência da memorização de terminologia, procedimentos e fórmulas. Esta memorização é desejável que seja substituída pelo recurso à linguagem do aluno, tornando-o capaz de descrever a sua ideia sem recorrer a respostas estereotipadas (idem).

A linguagem é necessária para a comunicação, pois é através dela que é possível estabelecer uma interação entre indivíduos, potenciando uma comunicação para a aprendizagem e para a transmissão de conhecimentos (Guerreiro, 2011).

A comunicação como processo de ensino-aprendizagem pode ser realizada na transmissão de informação e na interação social (Guerreiro, 2011). A comunicação através da transmissão de informação, pode ser utilizada como estratégia ou como conteúdo (idem). O professor pode utilizar a comunicação como estratégia em sala de aula para a exposição de conteúdo, recorrendo assim às duas formas de comunicar dentro da transmissão de informação (Guerreiro, 2011). Segundo Guerreiro (2011) a interação social como comunicação, pressupõe que haja troca de informação entre o mensageiro e o receptor. Nesta relação de comunicação é expectável que também exista troca de papéis entre transmissor e recetor.

"A comunicação não se reduz à articulação e sentido de expressões e representações ou à transmissão de mensagens; tem de considerar os significados particulares dos sujeitos em interação, o que condiciona o entendimento global do processo comunicativo" (Guerreiro, 2011, p. 66). Assim sendo, entende-se que pelas caraterísticas particulares de cada sujeito interveniente na comunicação, esta possa ter significados diferentes entre os vários atores, o que poderá reduzir a compreensão global da comunicação (Guerreiro, 2011).

Segundo o NCTM (2007), o programa de ensino prevê nos diversos anos de escolaridade capacitar os alunos para:

- Desenvolver um pensamento matemático consolidado e organizado apoiado pela comunicação;
- Transmitir informação recorrendo à comunicação, para expressar o seu pensamento matemático corretamente aos colegas e professores;
- Saber analisar e refletir numa perspectiva de pensamento crítico, identificando as estratégias e o pensar matemáticos dos outros;
- Dominar a linguagem matemática para transmitir noções matemáticas com fidelidade.

A comunicação escrita na matemática permite aos alunos desenvolver e fortalecer o seu pensar matemático, pois obriga-os a refletir de forma a melhor perceber e interiorizar as ideias e noções trabalhadas em sala de aula (NCTM, 2007). Para alguns a utilização desta dinâmica em sala de aula, permite-lhes melhorar competências tais como: saber ouvir, interrogar, interpretar, analisar e refletir (idem).

A comunicação através da escrita matemática é igualmente importante como qualquer outra. A utilização regular da escrita matemática torna-se relevante na aprendizagem, tal como a elaboração e utilização de argumentos matemáticos, assim como a justificação e demonstração dos mesmos (idem).

Segundo o Ministério da Educação (2007), " a comunicação matemática (oral ou escrita) é um meio importante para que os estudantes clarifiquem o seu pensamento, estabeleçam conexões, reflitam na sua aprendizagem, aumentem o apreço pela necessidade de precisão na linguagem, conheçam conceitos e terminologia, aprendam a ser críticos" (p.11).

No Ministério da Educação (2007) é referido que os alunos devem ser capazes de interpretar enunciados, expressar as suas ideias usando linguagem matemática, explicar oralmente ou por escrito os procedimentos matemáticos que utilizaram para chegar aos resultados que apresentam e ainda, argumentar sobre o seu raciocínio ou mesmo questionar o raciocínio dos outros. Então, torna-se importante que os alunos sejam capazes de "argumentar e discutir argumentação dos outros" e de "desenvolver e discutir argumentos matemáticos" (p. 5).

Ainda no mesmo documento é referido que uma das finalidades do ensino da matemática é o desenvolvimento da compreensão e capacidade de elaborar argumentações matemáticas e ainda raciocínios lógicos que permitirão aos alunos a sua integração em contextos diversificados.

A capacidade de argumentar com lógica deve recorrer sempre que for possível à linguagem simbólica da matemática, bem com à sua precisão e ao seu poder de síntese (Ministério da Educação, 2001). A argumentação desenvolve um papel importante na "fase final de organização, sistematização e apresentação dos resultados conseguidos" (Ministério da Educação, 2007, p. 2).

**Síntese do Capítulo**

Segundo Santos (2005), a avaliação serve dois fins: corrigir processos de ensino menos ajustados às necessidades ou particularidades dos aprendentes e tomar decisões de como melhorá-los; também permite que o aluno ao conhecer os critérios com que é avaliado, possa direcionar o estudo para a matéria menos consolidada.

As Normas do NCTM (1991) propõem a diversificação dos métodos utilizados na avaliação das aprendizagens, não só em relação à resolução de problemas, mas também quanto ao raciocínio e ainda, quanto à clareza na comunicação.

Segundo Abrantes et al. (1997), na avaliação para as aprendizagens recorre-se à avaliação formativa; na avaliação das aprendizagens será utilizada a avaliação sumativa. Os professores têm ao seu dispor instrumentos de avaliação diversificados, salientando-se de entre outros o relatório escrito, teste em duas fases, observação dos alunos, portfólio, apresentação oral, entrevista ou questionário e a auto-avaliação. O uso de todos estes instrumentos de forma integrada irá permitir uma avaliação continua feita em diferentes contextos (Menino & Santos, 2004). Quanto às preferências dos professores, geralmente gostam mais do teste escrito, como elemento de avaliação (APM, 1998). Quanto aos indicadores utilizados na avaliação das aprendizagens, segundo o NCTM (1999), podem ser textos escritos, discrições orais, esquemas, utilização de computadores, calculadoras ou quaisquer outros, desde que representem saberes. Ainda segundo o NCTM (1999), a avaliação das aprendizagens em matemática está ligada à compreensão dos conhecimentos adquiridos em sala de aula, sendo que, através da resolução de problemas, do raciocínio e da argumentação se favorece a consolidação dos conhecimentos.

Para Santos et al. (2010) os momentos de avaliação devem acontecer ao longo da aprendizagem, e não apenas em momentos criados para esse fim. O autor defende ainda que a avaliação deve ser um processo que promove a autoconfiança no aluno, levando-o a ser autocritico sobre a sua capacidade de aprendizagem, vontade de aprender matemática e ainda, na consciencialização de que é um dos atores principais no seu próprio processo de aprendizagem.

Segundo Ponte (2005), os alunos aprendem fazendo e refletindo sobre as atividades que realizam. Para Boavida et al. (2008) as tarefas que o professor propõe realizar na aula, deverão exercitar a memória e agilizar o raciocínio matemático.

Para Ponte (2005) as tarefas matemáticas podem estar relacionadas com o nível de estruturação ou com o nível de complexidade que a sua resolução exige. Apresenta diferentes tipos de tarefas tais como: o exercício, o problema e a exploração.

Segundo Boavida et al. (2008) e o NCTM (2007), um problema é quando não existe estratégia alguma que aponte para a solução do mesmo. Já o exercício indica que para a resolução da tarefa serão utilizados processos já anteriormente conhecidos. Para estes autores a resolução de problemas é fulcral no ensino-aprendizagem da matemática, servindo igualmente como ajuda a outras atividades onde é necessário utilizar a memória e o treino. Duarte (2000) refere que a resolução de problemas é uma estratégia que motiva os alunos, pelo facto de abandonarem o papel de meros ouvintes e passarem a ser atores interventivos. Para o NCTM (2007), a resolução de problemas permite aos alunos explorar e desenvolver os conhecimentos anteriormente adquiridos e para Mendes (2009) contribui para que as aulas se tornem mais participadas, criando oportunidades de reflexão e organização do pensar matemático (Boavida, 1993).

Segundo o NCTM (2007) a resolução de problemas propícia a utilização da comunicação matemática e ainda afirma que “os alunos irão adquirir modos de pensar (…) confiança em situações desconhecidas (…) o que poderá acarretar muitas vantagens” (NCTM, 2007, p.57).

A resolução de problemas para Pólya (1995) tem quatro fases: compreensão do problema, construção de uma estratégia, compreensão da sua execução e, finalmente, proceder à sua verificação. Conclui-se então, tal como Semana e Santos (2008) que a resolução de problemas desenvolve a capacidade de raciocínio matemático dos alunos.

Para Oliveira (2008) o raciocínio matemático envolve aspectos “de natureza lógica, matemática, epistemológica, psicológica e até emocional” (p.8). Também para o Ministério de

Educação (2001) o raciocínio matemático é uma das capacidades a adquirir pelos alunos durante a frequência do secundário.

De acordo com o NCTM (2007) “ser capaz de raciocinar é essencial para a compreensão da matemática” (p.61). No mesmo documento é destacada a importância dos alunos raciocinarem matematicamente, usando conceitos, representações e procedimentos matemáticos. Para Oliveira (2008) o raciocínio matemático são os conhecimentos anteriormente adquiridos, os que irão permitir formular novos conhecimentos. Já para Saraiva (2008) “o raciocínio matemático é essencialmente sobre o desenvolvimento, justificação e o uso de generalizações matemáticas (p. 31). A comunicação verbal e não-verbal é também essencial no ensino-aprendizagem da matemática, pois é através dela que se pode conhecer o raciocínio matemático. Caberá ao Professor o papel importante de criar condições para que os alunos aprendam a raciocinar matematicamente, dando-lhes tarefas que exijam o hábito de pensar sobre o porquê das coisas.

Para Martinho e Ponte (2005), assim como para Cândido (2007) a comunicação no ensino-aprendizagem da matemática é essencial, principalmente porque é através desta que a aquisição, troca e consolidação de conhecimentos se concretiza. O professor assume nesta dinâmica um papel importante em contexto de sala de aula, onde a sua preocupação se centra na clareza da transmissão do conhecimento.

Poder-se-á então concluir que a argumentação como resultado da utilização da comunicação e do raciocínio matemático ocupa um papel importante no processo do ensino-aprendizagem.

## Capítulo 9. Enquadramento Metodológico - Desenho da Pesquisa

> "A investigação científica é em primeiro lugar um processo, um processo sistemático que permite examinar fenómenos com vista a obter respostas para questões precisas que merecem uma investigação." (Fortin & Vissandjée, 1999, p.16)

Segundo Fortin e Vissandjée (1999), está inerente ao processo de investigação diversas particularidades como o rigor e a disciplina, esperando-se que este nos leve a uma descoberta e que nos possa proporcionar um elevado conhecimento de saberes específicos.

Torna-se pertinente ressalvar a importância da relação indissociável da teoria e da prática na investigação científica. Assim, "a investigação depende da teoria, pelo facto de (…) atribuir uma significação aos conceitos utilizados numa dada situação" (Fortin & Vissandjée, 1999, p.16).

Neste capítulo é apresentada a metodologia escolhida para a investigação. O objetivo prende-se com a procura de respostas às questões propostas, reconhecendo que o caminho escolhido foi decisivo para o estudo. É feita a caraterização dos participantes e a descrição das tarefas desenvolvidas. Por fim, serão apresentados os instrumentos utilizados para a recolha e análise dos dados.

### Metodologia qualitativa

Esta investigação tem como objeto de estudo identificar o papel da resolução de problemas, da comunicação matemática e do raciocínio matemático no processo de avaliação das aprendizagens, em cinco alunos do 10.º ano. Para a abordagem desta problemática, foi escolhida uma metodologia de natureza qualitativa.

Na investigação qualitativa destacam-se autores como Bogdan e Biklen (1994), Savenye e Robinson (2001) e Dias (2005), referenciando como importante instrumento de recolha de dados o 'ambiente natural'. Ainda para Bogdan e Biklen (1994) a investigação qualitativa pode assumir diversas formas e ser orientada nos mais díspares contextos.

### Estudo de Caso

Para a investigação optou-se pela realização de estudos de caso, que mais do que um estudo descritivo, é um referencial metodológico para a investigação na educação no ensino da matemática. É importante referir que o estudo de caso pressupõe uma análise intensiva e detalhada do 'caso' proposto (Chaves & Coutinho, 2002).

Segundo Yin (2009) o estudo de caso é utilizado em diversas situações, permitindo obter conhecimento tanto a nível individual, grupal, organizacional, social, entre outros. Este método tem sido comum em diversas áreas e disciplinas das ciências sociais tais como: psicologia, política social, serviço social, economia, enfermagem, intervenção comunitária e na educação, entre outras.

O estudo de caso define-se como um estudo empírico sobre um determinado fenómeno inserido em contexto real, reforçando-se a utilização deste método de investigação, quando as fronteiras entre o fenómeno e o real não são evidentes (Yin, 2009). Portanto, utiliza-se este método para compreender o fenómeno proposto a investigar, numa perspectiva holística do caso (idem).

Segundo Ponte (1994a, p.2), "um estudo de caso pode ser caraterizado como um estudo de uma entidade bem definida, como um programa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma unidade social. Visa conhecer em profundidade o seu 'como' e os seus 'porquês', evidenciando a sua unidade e a sua identidade própria.".

Chaves e Coutinho (2002) referem cinco caraterísticas básicas de um estudo de caso:

- É 'um sistema limitado' com várias condicionantes quer sejam temporais, processuais ou outras, tornando-se por vezes de difícil compreensão, onde começam ou onde acabam;
- É um caso que necessita ser identificado e caraterizado, de modo a verificar a viabilidade de se constituir como objeto de estudo;
- É necessário ter o cuidado de preservar o caráter "único, específico, diferente, complexo do caso" (Mertens, 1998, citado em Chaves e Coutinho, 2002, p. 224) ou seja, não é possível separar o todo das partes, entendendo-se o todo como a realidade individual, social, económica e cultural de cada um dos participantes constituintes do estudo de caso, numa perspetiva holística;
- O estudo de caso tem de ser aplicado no ambiente natural dos participantes;
- A recolha de informação numa investigação, utiliza técnicas de observação direta dos participantes, entrevista semiestruturada, registo áudio, documentos e relatórios.

Assim, nesta investigação optou-se por utilizar as seguintes técnicas de investigação: entrevista, observação participante e ainda a aplicação de tarefas.

**Instrumentos de recolha de dados**

**Observação-participante**

Uma observação participante pressupõe que o investigador se posicione no 'ambiente natural' dos atores a estudar. Neste estudo é a escola o 'ambiente natural' e os cinco alunos do 10.º ano, os intervenientes do estudo. Foi estabelecido um compromisso entre o investigador e os alunos, em que o investigador não iria impor a sua vontade mas sim adaptar-se ao contexto a observar, estando esta proposta dependente da aceitação dos mesmos. (Angrosino, 2008). A observação decorreu desde o início do ano letivo de 2013/2014 no âmbito do estágio pedagógico, decorrido em contexto de sala de aula e aulas de apoio, ambas de frequência semanal.

Com a observação participante conseguiu-se de forma eficaz e eficiente selecionar os alunos que participaram nestes estudos de caso, tendo-se construído uma grelha com as características dos mesmos (anexo E).

**Tarefas**

Nos dias 26, 27 e 31 de março e também no dia 1 abril, foram aplicadas quatro tarefas diferentes aos participantes no estudo, utilizando como instrumento um guião de tarefa (anexo B). A resolução da primeira teve uma duração média de 15 minutos; a da segunda uma duração de 10 minutos; a da terceira durou em média 30 minutos e por fim, a resolução da quarta tarefa, teve a duração média de 10 minutos.

A resolução das tarefas foi efetuada no decorrer de uma entrevista/conversa, que permitiu verificar a utilização da comunicação matemática no domínio oral e na explicação do raciocínio através da argumentação e/ou demonstração.

A Tarefa 1 (anexo B) apresenta duas questões: na primeira pretende-se que os alunos mostrem que a área do jardim é dada pela função $A(x) = 2x^2 + 40x + 1400$; na segunda pretende-se que estes determinem o valor de $x$ para o qual é máxima a área do jardim e ainda que determinem a área máxima. A resolução desta tarefa tem como objetivo averiguar se o aluno consegue interpretar o enunciado, aplicar conhecimentos matemáticos de forma a encontrar a expressão da função que representa a situação problemática, mobilizar os conhecimentos sobre a função quadrática para a resolução, e explicar o raciocínio utilizando linguagem matemática.

A Tarefa 2 (anexo B) pretende que os alunos escolham o gráfico que representa a situação descrita e a justificação da mesma. O objetivo desta tarefa consiste em verificar se o aluno consegue relacionar a situação problema com a representação gráfica, de forma a escolher a opção correta, bem como justificar essa escolha recorrendo à linguagem matemática.

A Tarefa 3 (anexo B) apresenta três questões: na primeira pretende-se que os alunos justifiquem com cálculos se na situação descrita foi golo; na segunda é solicitado que determinem a altura máxima atingida pela bola; na terceira pretende-se que o aluno determine a distância da bola à linha de golo, quando esta atinge a altura máxima. Esta tarefa tem como objetivo avaliar se o aluno consegue, interpretar e compreender a situação descrita no enunciado, utilizar os conhecimentos de factos matemáticos previamente estudados e treinados sobre a função quadrática, explicar o raciocínio efetuado utilizando linguagem matemática, e interpretar os esquemas representativos da situação problema.

A Tarefa 4 (anexo B) solicita aos alunos que elaborem uma breve composição, indicando qual a opção correta e identificar a razão da rejeição para cada uma das restantes. O objetivo desta tarefa consiste em verificar se o aluno consegue interpretar a situação descrita no enunciado e relacioná-la com as três representações gráficas. Pretende-se ainda analisar a forma como o aluno recorre à linguagem matemática para justifcar a escolha da opção que faz.

### Entrevista Semiestruturada

De acordo com Poupart (2008), as entrevistas enquanto técnicas da metodologia qualitativa, tornam possível uma interação proporcionada pelas questões colocadas, e ainda inúmeras interpretações dos discursos decorrentes da conversa. Com as entrevistas é possível compreender, conhecer e interpretar as inquietações dos entrevistados, constituindo-se este método numa ferramenta de informação, resultante da experiência individual de cada participante na investigação.

As entrevistas realizadas tiveram como base um guião (anexo A) de questões estruturadas e pré-definidas. Este instrumento está organizado em quatro partes sendo estas: a representação da matemática pelos alunos, o processo da aprendizagem da matemática, o processo de avaliação e o processo de resolução das tarefas.

Assim, aos cinco alunos participantes aplicaram-se entrevistas procedendo-se à gravação em áudio das mesmas. Posteriormente procedeu-se à sua transcrição (anexo B), para análise detalhada das interpretações e conceções dos atores sobre as temáticas abordadas. As entrevistas realizadas tiveram a duração de cerca de 30 minutos cada e decorreram numa sala de aula onde habitualmente decorriam as aulas de apoio. No dia 2 de abril foram realizadas quatro entrevistas e a restante no dia 3 de abril.

### Os cinco alunos participantes

A escolha dos cinco alunos esteve relacionada com o tema desta investigação ou seja, tornou-se pertinente a sua participação nos estudos de caso, tendo em conta as caraterísticas identificadas enquanto alunos de matemática. Os alunos mostraram interesse e empenho em aprender aquela disciplina. Foram assíduos e pontuais tanto nas aulas de matemática, como nas aulas de apoio. De forma geral apresentaram bom comportamento e, quanto ao percurso escolar, estes cinco alunos nunca reprovaram. Esta escolha deveu-se às caraterísticas já enunciadas, bem como à representatividade de ambos os sexos, com participação de três alunas e de dois alunos e ainda, de alunos considerados como "alunos bons" e outros como "alunos razoáveis" (Ponte, 2005). Portanto, poder-se-á concluir que o interesse não se deveu à interligação das caraterísticas enunciadas, mas ao seu conjunto, que influenciaram a decisão no momento de seleção (idem).

Estes alunos também mostraram disponibilidade e positivismo, bem como, o reconhecimento do valor educativo sobre a possibilidade de estar perante atividades matemáticas diversas como: a resolução e formulação de problemas; discussão e comunicação e argumentação (Ponte, 2005; APM, 1988).

Quadro 9.1 Calendário da Investigação

| Calendário da Investigação | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Participantes Estudos de Caso** | **Tarefa 1** | **Tarefa 2** | **Tarefa 3** | **Tarefa 4** | **Entrevista** |
| Mário | 26-03-2014 | 27-03-2014 | 01-04-2014 | 01-04-2014 | 02-04-2014 |
| Alfredo | 26-03-2014 | 26-03-2014 | 01-04-2014 | 01-04-2014 | 02-04-2014 |
| Melanie | 27-03-2014 | 28-03-2014 | 27-03-2014 | 01-04-2014 | 02-04-2014 |
| Mónica | 31-03-2014 | 31-03-2014 | 01-04-2014 | 01-04-2014 | 02-04-2014 |
| Joana | 26-03-2014 | 26-03-2014 | 01-04-2014 | 01-04-2014 | 03-04-2014 |

## Caraterização dos participantes no estudo de caso

Quadro 9.2 Quadro representativo do processo de investigação

| Nomes Fictícios | Idade | Sexo | Reprovações | Disciplina(s) preferidas | Disciplina(s) em que tem mais dificuldade | Como prefere trabalhar |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Mário** | 15 | M | 0 | Matemática<br>Ed. Física | Físico-química | Individualmente |
| **Alfredo** | 15 | M | 0 | Matemática<br>Biologia<br>Geologia | Português | Individualmente |
| **Melanie** | 15 | F | 0 | Matemática<br>Biologia<br>Geologia | Inglês | Individualmente |
| **Mónica** | 16 | F | 0 | Biologia<br>Físico-química | Matemática | Individualmente |
| **Joana** | 16 | F | 0 | Matemática | Inglês | Grupo |

## Síntese do Capítulo

Esta investigação tem como objeto de estudo identificar o papel da resolução de problemas, da comunicação matemática e do raciocínio matemático no processo de avaliação das aprendizagens, em cinco alunos do 10.º ano. A metodologia escolhida para esta investigação foi a metodologia qualitativa, tendo em conta o método de estudo de caso. Este pretende compreender o fenómeno a investigar sob uma perspectiva holística do caso (Yin, 2009). Os instrumentos de recolha de dados utilizados nesta investigação foram a observação-participante, a entrevista semiestruturada e ainda a aplicação de tarefas. Relativamente à observação-participante, esta decorreu desde o início do ano letivo de 2013/2014 no âmbito de estágio pedagógico. Com esta técnica identificaram-se características que permitiram selecionar os alunos participantes nos estudos de caso. Como outra técnica aplicou-se a resolução das quatro tarefas aos participantes nos estudos de caso. Outra técnica foi a entrevista semiestruturada como forma de compreender, conhecer e interpretar as experiências dos entrevistados, sendo uma técnica privilegiada para a aquisição de informação (Poupart, 2008). A escolha dos cinco alunos dos estudos de caso tiveram em consideração as caraterísticas dos mesmos enquanto alunos de matemática.

## Capítulo 10. MÁRIO

### Apresentação

Nos 1.º e 2.º períodos, o Mário teve a classificação de 12 valores na disciplina de matemática A, aparentando ser um aluno constante, nunca tendo reprovado. Nas aulas de matemática distraía-se facilmente com os colegas. Apesar deste comportamento o aluno participava nas aulas, demonstrando conhecimento e raciocínio matemático. Relativamente às aulas de apoio o aluno não as frequentava de forma regular. Contudo, o Mário referiu a matemática como uma das suas disciplinas preferidas, manifestando ainda o gosto pelo trabalho individual. Quando questionado sobre a profissão desejada, o Mário identifica gostar de vir a ser Designer de Vídeo Jogos.

A escolha deste aluno para o estudo de caso deveu-se às suas caraterísticas, enquanto aluno de matemática, pois evidencia participações pertinentes, raciocínio e facilidade na aquisição das aprendizagens em contexto de sala de aula.

O Mário reconhece a matemática como algo divertido, que lhe estimula e exercita o raciocínio através da resolução de exercícios:

> Para mim a matemática é uma maneira divertida... agora já não tenho tanta paciência, antes eu chegava a casa e fazia exercícios do livro, porque não tinha nada para fazer. E gostava. Sempre gostei de matemática, de fazer exercícios que "puxam" pela cabeça. Faz-me bem (entrevista, 2/04/2014).

O facto do aluno gostar da matéria lecionada, leva-o a gostar da disciplina, considerando-a como uma das suas preferidas, no entanto, para o estudo da mesma, dedica-lhe cerca de 2 horas de estudo por semana:

> **Investigadora:** Como estudas matemática?
> **Mário:** Sinceramente, não estudo muito.
> **Investigadora:** Quanto tempo por semana estudas matemática?
> **Mário:** De vez em quando. Talvez 1h30 a 2h no fim-de-semana.
> **Investigadora:** Gostas da disciplina de matemática? Porquê?
> **Mário:** Gosto. Porque exercita-me a cabeça, porque gosto da matéria. Para mim é um bom sinal quando gosto da matéria (entrevista, 2/04/2014).

Na resolução de uma tarefa em que é necessário encontrar uma estratégia para chegar à solução é esta, na opinião do Mário, a melhor forma de aprender matemática, pois consegue recorrer a uma visualização mental da situação descrita no problema, e a partir daí resolvê-la analiticamente:

> **Investigadora:** Que tipo de trabalho te ajuda mais a aprender matemática?
> **Mário:** Problemas, porque consigo pôr numa vertente mais prática, consigo imaginar na minha cabeça e tento resolver a partir daí.
> **Investigadora:** Quando tens dúvidas, com quem esclareces? (entrevista, 2/04/2014).

O Mário menciona que quando tem dúvidas esclarece-as no livro, preparando-se para o teste adquirindo apenas uma folha de teste. Esta resposta faz-nos pensar que o aluno não se prepara previamente, revelando indiferença pela classificação obtida:

**Investigadora:** Quando tens dúvidas, com quem as esclareces?
**Mário:** Com o livro, stora.
**Investigadora:** Como te preparas para os testes de matemática?
**Mário:** Vou comprar uma folha de teste.
**Investigadora:** Tens dificuldade em perceber o que é pedido nas perguntas do teste?
**Mário:** Em algumas.
**Investigadora:** Porquê?
**Mário:** Há perguntas que eu percebo o que é para fazer mas depois perco-me em certos passos. Como me aconteceu no teste na última pergunta... perdi-me
**Investigadora:** Mas quando tens dificuldade em perceber, porque é que achas que tens essa dificuldade?
**Mário:** Pela forma como está escrito…(entrevista, 2/04/2014).

Na perspetiva do aluno, o que a professora de matemática mais valoriza nas aulas, é a concentração, pois evidencia que está a compreender a matéria:

> Se for o caso da professora P, que eu esteja concentrado, ela já sabe que eu sei a matéria, que eu percebi aquilo, estar concentrado, estar na minha (entrevista, 2/04/2014).

O teste é o único instrumento de avaliação considerado pelo Mário, por refletir a aprendizagem que realizou ou não, e os conhecimentos que tem ainda que adquirir. Assim, o aluno percepciona o processo de avaliação como sendo o resultado natural do seu desempenho. Reconhece que o facto das suas dificuldades serem realçadas, ir-lhe-á proporcionar força para as ultrapassar:

**Mário:** Para mim uma avaliação é o fruto do meu trabalho, vai mostrar o que eu fiz e o que não fiz, o que tenho de aprender e o que não tenho, dá-me mais força para tentar ultrapassar os problemas.
**Investigadora:** Então podemos dizer que gostas da avaliação?
**Mário:** Sim, ajuda-me ir mais à frente (entrevista, 2/04/2014).

O Mário considera que o mais importante a ser avaliado nas aulas de matemática, é a execução correta dos exercícios realizados no decurso da mesma:

**Investigadora:** Na tua opinião o que é mais importante quando estás a ser avaliado nas aulas de matemática?
**Mário:** Que eu faça os exercícios bem.

**Tratamento e análise da Tarefa**

**Comunicação matemática – Interpretação**

O Mário na resolução das tarefas 1 e 3 sentiu dificuldade na compreensão e interpretação dos enunciados, assim como em estabelecer a relação destes com as figuras apresentadas. Para avançar na resolução da tarefa e conseguir atingir o objetivo, o aluno necessitou que lhe fossem explicadas por outras palavras as perguntas:

[Em Tarefa 1]
**Mário:** Senti [dificuldade], porque não estava a perceber o exercício. Primeiro quando vi 100m, pensei que era o perímetro de tudo, mas depois é que li melhor, e li que era a rede só.
Chegar à fórmula foi um bocado difícil, porque era o primeiro exercício da primeira tarefa, estava um bocado nervoso ainda.
**Investigadora:** O facto de teres solicitado na tarefa 1 apoio na interpretação da figura, achas que isso foi importante para a resolução do exercício?

**Mário:** Sem a stora acho que não conseguia. Tinha ficado ali horas a fazer aquilo (entrevista, 2/04/2014).

Na questão 1.2 o Mário apresenta novamente dificuldade na interpretação do que é pedido na pergunta:

**Mário:** Eles pedem o valor de x para o qual a área é máxima.
**Investigadora:** Na 1.1 o que é que descobrimos?
**Mário:** Descobrimos a fórmula que era necessária para determinar a área do jardim.
**Investigadora:** Na 1.1 encontramos a função que nos dá a área do jardim em ordem a x.
**Mário:** Vamos igualar a zero.
**Investigadora:** Qual é o grau da função?
**Mário:** É do 2.º.
**Investigadora:** Que gráfico tem uma função de 2.º grau?
**Mário:** Uma parábola.
**Investigadora:** Então se nos estão a pedir um máximo...
**Mário:** Então querem o extremo.
**Investigadora:** E que extremo é esse da parábola?
**Mário:** É o vértice. (Tarefa 1, 26/03/2014).

[Em Tarefa 3, figura 2]
**Mário:** Isto aqui é a barreira? É os 9.15m?
**Investigadora:** Não, o que nos estão a dizer, é que a função nos dá a altura da bola a x metros depois ter sido lançada. Não tem a ver com a barreira. Isto é o movimento da bola, a barreira não aparece aqui (Tarefa 3, 1/04/2014).

Assim, a investigadora conclui que o facto do aluno apresentar dificuldade na interpretação do enunciado e/ou nas figuras, torna-se um impedimento para a resolução correta do problema.

**Raciocínio matemático**

Para a resolução da pergunta 2 da Tarefa 3, o aluno aplica o mesmo raciocínio efetuado na pergunta 2 da Tarefa 1:

> Não [tive dificuldade], porque na Tarefa 1 já tinha um exercício semelhante, da altura máxima do vértice e eu fui por aí. Logo que é altura máxima, ou qualquer coisa máxima, eu vejo que é um extremo (entrevista, 2/04/2014).

Ao longo da resolução das tarefas o aluno para ajudar à compreensão do seu raciocínio, recorre com frequência à execução de esquemas (ver figuras n.º 10.1,10.2,10.3):

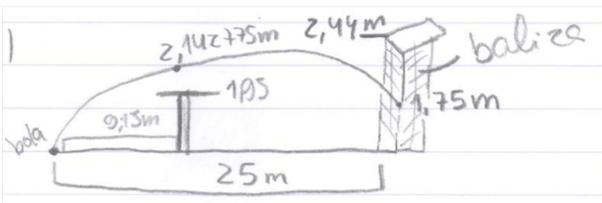



Figura 10.1 Esquema apresentado pelo aluno na Tarefa 3


Figura 10.2 Esquema apresentado pelo aluno na Tarefa 2

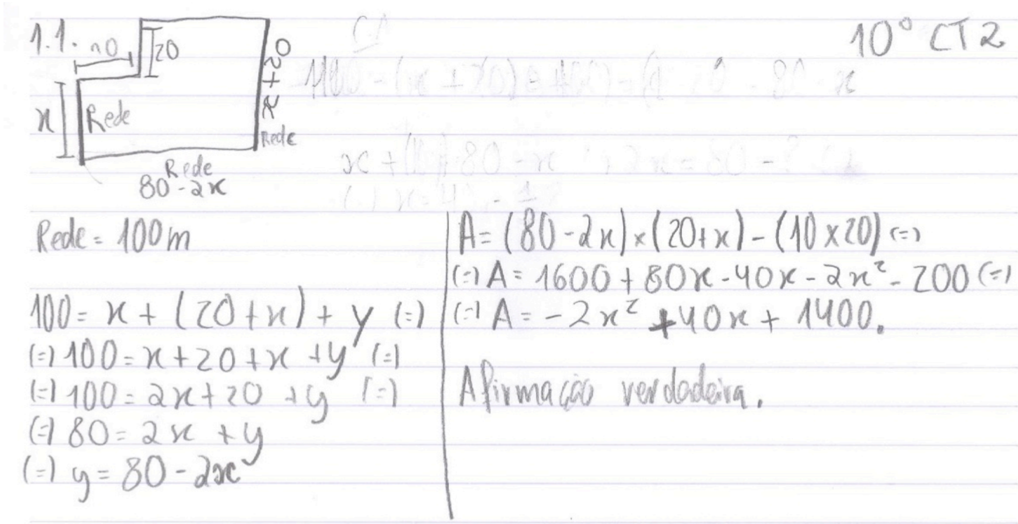



Figura 10.3 Resolução apresentada pelo Mário no exercício 1 da Tarefa 1

O aluno recorre ainda à formulação de representações mentais, a partir dos esquemas que lhe são dados, para melhor compreender o que lhe é pedido e assim encontrar a solução do problema:

> **Investigadora:** Porque é que usaste o Teorema de Pitágoras?
> **Mário:** Porque consegui imaginar aqui um triângulo, e como aqui tinha um ângulo reto, usei o Teorema de Pitágoras (Tarefa 3, 1/04/2014).

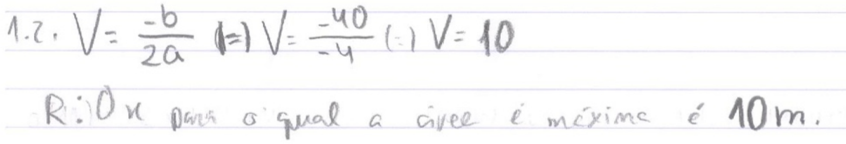
Quando questionado se sente dificuldade em explicar o seu raciocínio, o aluno afirma que não consegue utilizar a comunicação matemática para explicar o raciocínio utilizado na resolução das tarefas:

> **Mário:** Por acaso sim. As vezes, eu consigo fazê-lo bem (exercício), mas depois quando o vou explicar, perco-me todo, como já aconteceu nas tarefas, que eu estava aqui com a stora.
> **Entrevistadora:** Porque é que sentes dificuldade?
> **Mário:** Tenho um bocado de problemas, a falar assim (Entrevista, 2/04/2014).

Na execução das tarefas, o aluno desenvolveu a sua capacidade de raciocínio na medida em que, para a resolução das mesmas, aplicou conhecimentos e procedimentos matemáticos anteriormente adquiridos.

**Comunicação matemática – Argumentação**

Relativamente à utilização da comunicação como argumentação o Mário para o cálculo do máximo recorre à fórmula $x = \frac{-b}{2a}$, verificando-se assim, que o aluno apresenta dificuldade no domínio da escrita matemática pois utiliza $V = \frac{-b}{2a}$ em vez de $x = \frac{-b}{2a}$ :

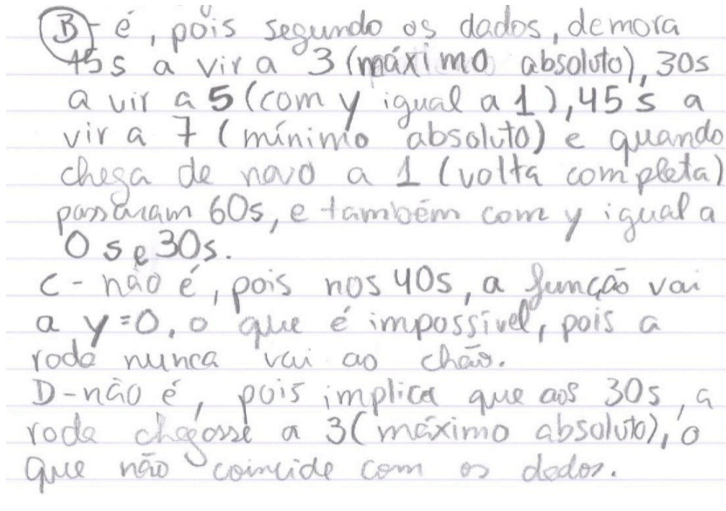

1.2. $V = \frac{-b}{2a} \Leftrightarrow V = \frac{-40}{-4} \Leftrightarrow V = 10$

R: O x para o qual a área é máxima é 10m.

Figura 10.4 Resolução do exercício 1.2 da Tarefa 1

Na Tarefa 2, o Mário relaciona a situação descrita pela roda com o estudo das propriedades dos quatro gráficos apresentados. A explicação do processo de raciocínio utilizado, demonstra que o aluno consegue retirar a informação necessária para provar a escolha da opção correta, isto é, utilizou para a sua argumentação propriedades do gráfico. Nota-se no aluno fragilidade na utilização de uma linguagem matemática, tanto no domínio oral como no domínio escrito:

> O [gráfico] A não pode ser porque, como a roda vai no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, primeiro tem que ir "alto" do que a "baixo" (...) (Tarefa 2, 26/04/2014)


B - é, pois segundo os dados, demora 15s a vir a 3 (máximo absoluto), 30s a vir a 5 (com y igual a 1), 45s a vir a 7 (mínimo absoluto) e quando chega de novo a 1 (volta completa) passaram 60s, e também com y igual a 0 s e 30s.

C - não é, pois nos 40s, a função vai a y=0, o que é impossível, pois a roda nunca vai ao chão.

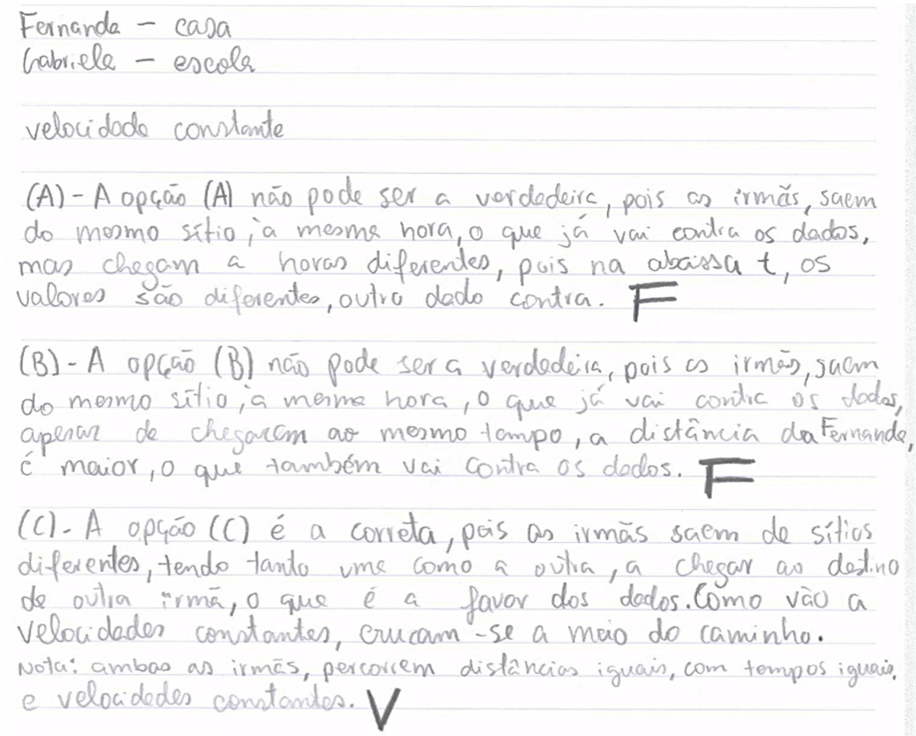
D - não é, pois implica que aos 30s, a roda chegasse a 3 (máximo absoluto), o que não coincide com os dados.

Figura 10.5 Composição matemática apresentada pelo Mário na Tarefa 2

Com as justificações escritas e orais apresentadas pelo aluno na tarefa 4, constata-se dificuldade por parte do mesmo em relacionar a situação descrita no enunciado com os gráficos; verifica-se ainda uma aparente dificuldade de compreensão por parte deste sobre o significado da função f e g:

> O [gráfico] A, não pode ser porque logo na origem tem um erro, porque elas não podem ter saído do mesmo sítio à mesma hora, elas saíram de sítios diferentes casa-escola, não saíram casa-casa nem escola-escola. Na abcissa t elas chegam em horas

> diferentes, como elas vão a velocidades constantes, elas não podem chegar a horas diferentes, têm de chegar à mesma hora. Por isso, a opção A está errada. A opção B, também não pode ser porque encontramos o mesmo erro na origem, terem começado no mesmo sítio. Mas é indiferente, agora na abcissa t o resultado é o mesmo mas a distância é diferente. A distância neste caso que é f é diferente, a distância da Fernanda não pode ser maior que a distância da Gabriela, pois ambas vão do sítio A para o sítio B, ou do sítio B para o sítio A, não pode ser o A+B+1 ou A para B-1 não pode ser. O 1 é um número que inventei. A opção C é a correta, porque elas começam de sítios diferentes, imaginamos que, como isto é a Gabriela, a Gabriela começa da escola, isto é a escola. Esta é a Fernanda, ela começa de casa. Elas vão a velocidade constante e encontram-se, como aqui (gráfico) está-nos a dizer que elas vão à mesma distância, porque daqui aqui é a mesma distância e daqui aqui é o mesmo tempo, por isso elas têm a mesma distância, mesmo tempo, velocidades constantes, tanto que se cruzam a meio do trajeto (Tarefa 4, 1/04/2014).


Fernanda – casa
Gabriele – escola

velocidade constante

(A) - A opção (A) não pode ser a verdadeira, pois as irmãs, saem do mesmo sítio, à mesma hora, o que já vai contra os dados, mas chegam a horas diferentes, pois na abcissa t, os valores são diferentes, outro dado contra. F

(B) - A opção (B) não pode ser a verdadeira, pois as irmãs, saem do mesmo sítio, à mesma hora, o que já vai contra os dados, apesar de chegarem ao mesmo tempo, a distância da Fernanda é maior, o que também vai contra os dados. F

(C) - A opção (C) é a correta, pois as irmãs saem de sítios diferentes, tendo tanto uma como a outra, a chegar ao destino da outra irmã, o que é a favor dos dados. Como vão a velocidades constantes, cruzam-se a meio do caminho.
Nota: ambas as irmãs, percorrem distâncias iguais, com tempos iguais e velocidades constantes. V

Figura 10.6 Argumentação escrita, apresentada pelo Mário na tarefa 4

A realização das quatro tarefas pretendeu avaliar as aprendizagens relativas à função quadrática, gráficos e representação gráfica de uma função. No que diz respeito à função quadrática pode-se concluir que o aluno não domina o conceito de vértice, apesar de apresentar o cálculo do mesmo, pelo de facto de ter memorizado a fórmula $V = (\frac{-b}{2a}, f(\frac{-b}{2a}))$. Relativamente à representação gráfica o Mário demonstrou não conseguir estudar o gráfico de uma função em que as variáveis são distância e tempo.

**Síntese do capítulo**

O Mário é um aluno que gosta de matemática, interagindo com facilidade não só com os colegas mas também com o professor. Apesar do aluno referir gostar da disciplina, afirma não dedicar muitas horas ao estudo da mesma. Quando questionado sobre a forma como se prepara para os testes, o Mário responde que apenas compra a folha de teste.

Na resolução das tarefas, o aluno apresenta como principal dificuldade a interpretação e compreensão dos enunciados, chegando mesmo a solicitar ajuda para a interpretação dos mesmos.

O aluno de uma forma geral apresenta um raciocínio matemático estruturado, que lhe permite quase sempre chegar à solução dos problemas propostos. Constatou-se uma evolução na capacidade de raciocínio do Mário, pois utiliza o mesmo raciocínio de exercícios anteriormente resolvidos. O aluno recorre com frequência a esquemas para justificar o raciocínio efetuado.

Na justificação do raciocínio efetuado na resolução das tarefas, o Mário apresenta dificuldade na utilização da linguagem matemática quer no domínio escrito quer no domínio oral, às vezes por falta de conhecimentos matemáticos, outras por falta de rigor e atenção quando executa as tarefas e ainda por desconhecimento da linguagem matemática.

Com a aplicação das tarefas, foi possível constatar que o aluno não tem consolidados os conhecimentos esperados relativamente ao estudo da função, apresentando a sua aprendizagem algumas lacunas.

## Capítulo 11. ALFREDO

### Apresentação

O Alfredo no 1.º período obteve 10 valores e no 2.º período teve 14 valores na disciplina de matemática A, verificando-se assim uma melhoria no aproveitamento escolar do mesmo. Este nunca reprovou no seu percurso curricular. O aluno nas aulas de matemática mostrou-se empenhado em compreender a matéria lecionada, apesar de às vezes se distrair com os colegas. O aluno mostrou interesse na frequência das aulas de apoio e no esclarecimento de dúvidas, referindo ainda a matemática como uma das suas disciplinas preferida. Quanto à profissão desejada o Alfredo não menciona nenhuma. O Alfredo é um aluno motivado para a aprendizagem da matemática e aparenta ser um aluno esforçado, porém nos testes mostrou alguma insegurança. Assim, a escolha deste aluno para o estudo de caso, recaiu nas caraterísticas nele identificadas, enquanto aluno de matemática.

Para o Alfredo a matemática é "exercícios, contas, tudo interligado"; este associa à matemática exercícios e cálculo relacionados entre si, que exige um pensar e raciocínio, da matéria lecionada:

> A matemática é exercícios, contas, tudo interligado. Posso dizer que também é... tem que se pensar muito, tem que se raciocinar bem. Tem que se fazer muitas contas, muitos exercícios tem que se perceber a matéria para se conseguir chegar a alguma coisa (entrevista, 2/04/2014).

Este afirma estudar matemática 6 horas por semana, considerando a leitura como ineficaz no estudo desta disciplina, e por esse motivo o seu estudo apenas assenta na resolução de exercícios:

> **Investigadora:** Como estudas matemática?
> **Alfredo** Fazendo exercícios, não vou estar a ler.
> **Investigadora:** Quanto tempo por semana estudas matemática?
> **Alfredo:** 2h no mínimo, não, 2h três vezes por semana, porque também tenho de dar lugar as outras disciplinas. 6h por semana.
> **Investigadora:** Gostas da disciplina de matemática? Porquê?
> **Alfredo:** Sim, porque desafia-me e eu gosto de ser desafiado (entrevista, 2/04/2014).

A matemática é encarada pelo aluno como um desafio, factor que contribui para o gosto da mesma. O Alfredo identifica a resolução de exercícios e problemas (tarefas) como o tipo de trabalho que auxilia a aprendizagem da matemática:

> Sei lá, fazer exercícios. Podem ser difíceis, porque começando pelo difícil, chega-se ao fácil. Problemas, problemas como estes que fizemos (tarefas) (entrevista, 2/04/2014).

Para o aluno as pessoas a quem recorre quando tem dúvidas são a Professora e um familiar. Este também refere a importância das soluções que o manual escolar de matemática engloba, como um auxiliador para o sucesso da resolução dos exercícios face às dificuldades sentidas nos mesmos:

> **Investigadora:** Quando tens dúvidas, com quem esclareces?
> **Alfredo:** Ou com a professora, ou com a minha prima que tirou ciências.
> **Investigadora:** Como te preparas para os testes de matemática?
> **Alfredo:** Fazendo exercícios e quando tenho dúvidas e não tenho a minha prima, vou às soluções, tento perceber e quando percebo é que avanço para outro exercício.

A resolução dos exercícios de forma correta, a avaliação das aprendizagens e ainda o comportamento do aluno em contexto de sala de aula são os factores que na opinião do Alfredo são mais valorizados pelos professores nas aulas de matemática:

> Se os exercícios estão bem ou não, se nos empenhamos e se nos portamos bem (...) Ah e se aprendemos bem ou não (entrevista, 2/04/2014).

O aluno identifica o teste como único instrumento do processo de avaliação; refere ainda que o comportamento deveria também ser um fator a ter em conta neste processo:

> **Investigadora:** O que pensas da avaliação?
> **Alfredo:** A avaliação está muito concentrada nos testes. Acho que de certa maneira bem, o comportamento também devia ser valorizado.
> **Investigadora:** Na tua opinião o que é mais importante quando estás a ser avaliado nas aulas de matemática?
> **Alfredo:** Os testes (entrevista, 2/04/2014).

**Tratamento e Análise da Tarefa**

**Comunicação matemática – Interpretação**

A principal dificuldade sentida pelo Alfredo na resolução das tarefas consistiu na interpretação e compreensão do enunciado, e na interpretação das figuras presentes no mesmo. Este refere ainda que sentiu dificuldade na interpretação dos enunciados pela extensão dos mesmos. Tal aconteceu nas tarefas 1, 2 e 3:

> **Investigadora:** Na tarefa 2 sentiste alguma dificuldade (...)?
> **Alfredo:** Foi mais ou menos na interpretação da figura. Eu pensava que a cadeira onde a Beatriz se encontrava ia ao chão, ia ao solo mas não. Foi só isso, porque ou era a C ou B, eram praticamente iguais, só a questão de ir ao solo ou não.
> **Investigadora:** O facto de teres solicitado ajuda na tarefa 2 apoio na interpretação da figura, foi o suficiente para perceberes que a cadeira não podia tocar no chão?
> **Alfredo:** Sim, se não, não chegava lá (entrevista, 2/04/2014).

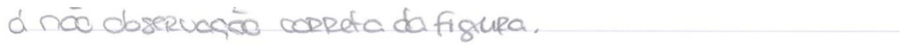

á não observação correta da figura.

Figura 11.1 Reflexão escrita do Alfredo na tarefa 2

> **Investigadora:** Na realização da tarefa 3, sentiste dificuldade relativamente ao enunciado? E na interpretação das figuras 1 e 2?
> **Alfredo:** No enunciado e na interpretação da figura 2. O enunciado não era específico, tinha de se ler com atenção. Não é direto.
> **Investigadora:** Porque é que dizes isso?
> **Alfredo:** Porque eu gosto mais dos exercícios pequeninos e isto é grande (entrevista, 2/04/2014).

A interpretação e compreensão do enunciado bem como das figuras, é primeira dificuldade sentida pelo aluno quando resolve um problema.

**Raciocínio matemático**

Quando o Alfredo realiza a tarefa, utiliza um determinado raciocínio, mas quando lhe é solicitado que o explique através da comunicação oral ou escrita mostra dificuldade em recorrer ao raciocínio anterior, pois não consegue refletir sobre o mesmo:

> **Investigadora:** Achas fácil explicar o raciocínio?
> **Alfredo:** Não muito fácil, porque às vezes só tenho aquele raciocínio naquele momento. E depois sinto dificuldade (entrevista, 2/04/2014).

O aluno afirma que quando tem acesso à correção das tarefas parece-lhe sempre fácil porém, quando lhe é colocada uma tarefa semelhante à anteriormente corrigida, este aparenta recorrer à mecanização e memorização:

> **Investigadora:** Sentes dificuldade em explicar o teu raciocínio nas questões de matemática? Porquê?
> **Alfredo:** As vezes sim. Porque às vezes eu não estou a compreender bem, por exemplo as tarefas do livro, eu não percebi muito bem como é que chegávamos à resposta. O que fazíamos para chegar lá. E em exercícios dos que manda para TPC eu ai percebo. Aqueles problemas demoram muito ou não consigo. Mas quando a professora põe ali a correção, eu vejo e digo ah era só fazer isto (entrevista, 2/04/2014).

Na Tarefa 2, o Alfredo começa por excluir as opções A e D recorrendo à mesma justificação, referindo que a altura da cadeira ao fim de 15s representa um ponto máximo do gráfico o que não se verifica nestas duas opções. De entre as outras opções B e C, o aluno escolheu a opção C, justificando que a cadeira na posição 7 se encontra no solo, verificando-se assim que para a resolução desta tarefa usa o raciocínio dedutivo.

> **Alfredo:** Primeiro excluí o A e o D, porque o ponto mais alto neste caso, eles estão a dizer que foi aos 30s no D e no A foi aos 45s, coisa que foi mentira porque foi aos 15s. Só pode ser o B ou o C. Mas eu tenho a certeza que é a C, porque acho que a distância no 7 é zero, porque ele está no solo, mas aqui não está (figura 1), mas pronto é o ponto mais baixo. Aqui está a dizer que ele não parou e pronto.
> **Investigadora:** Então qual é a opção que escolhes?
> **Alfredo:** É a C, pois a cadeira onde a Beatriz se encontra, tem distância de zero, no ponto 7 (tarefa, 26/03/2014).

No que diz respeito sobre a altura da cadeira na posição 7, o aluno reformula a justificação e afirma que o zero do gráfico significa o final da volta na roda:

> **Investigadora:** Em relação ao A, concordo com a razão que apresentas. Mas em relação ao C, ao fim de 45s se a distância é zero a cadeira tinha de tocar no chão. E a cadeira nunca toca no chão, se assim fosse a roda não girava.
> **Alfredo:** Ah, já percebi. É a opção B. Pois a cadeira nunca chega ... porque aqui não é o fim, é aqui (tarefa, 26/03/2014).

Ao explicar o seu raciocínio, verifica-se que o aluno não conseguiu relacionar a situação descrita no problema com os gráficos mesmo quando ajudado.

**Comunicação matemática – Argumentação**

Na pergunta 1.2 da tarefa 1 onde é pedido que os alunos encontrem o valor máximo da função $a(x)$, o Alfredo calcula os zeros da função:

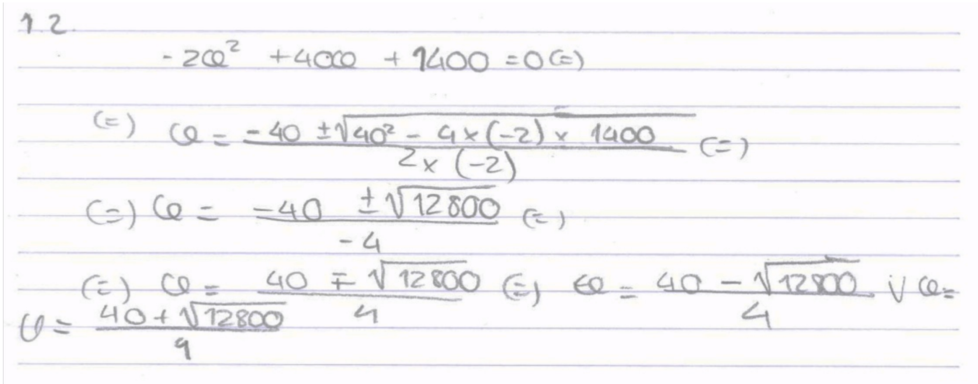


Figura 11.2 Resolução do Alfredo - Tarefa 1, pergunta 1.2.

A Investigadora inicialmente pensou que o erro se devesse à interpretação do enunciado por parte do aluno, o mesmo não se verificou quando questionado sobre a sua resolução:

**Investigadora:** Porque é que igualas-te a zero a função?
**Alfredo:** Não sei. Foi o que me ocorreu.
(...)
**Investigadora:** A função que nos dá a área, é de que grau?
**Alfredo:** 2.º.
**Investigadora:** Qual é o gráfico de uma função de 2.º grau?
**Alfredo:** Parábolas?
**Investigadora:** Se pedem para encontrarmos o máximo, o que é o máximo numa parábola?
**Alfredo:** O vértice. Ah! Era x=-b/2a. Então e como é que sabemos que é o máximo?
**Investigadora:** Boa pergunta. Como é que sabemos que é um máximo.
**Alfredo:** Esqueça, esqueça. É através desta fórmula.
**Investigadora:** Numa parábola o vértice pode ser um máximo ou um mínimo.
**Alfredo:** mas neste caso é um máximo.
**Investigadora:** Porquê?
**Alfredo:** Porque ela faz isto. (Desenha uma parábola com a concavidade voltada para baixo)
**Investigadora:** O que significa isso?
**Alfredo:** Sei lá. A parábola tem o vértice... ai não sei explicar.
**Investigadora:** a parábola tem a concavidade voltada para...
**Alfredo:** Para cima? Não, para baixo.
**Investigadora:** Então temos a certeza que o vértice é...
**Alfredo:** É um vértice máximo (...) (tarefa, 26/03/2014).

Através da comunicação oral apresentada pelo aluno, é notória a deficiente aprendizagem relativamente ao estudo da função quadrática. O Alfredo não mostrou ter adquirido a aprendizagem esperada sobre as funções quadráticas, e desta forma não ter conseguido resolver a pergunta sem o auxílio da investigadora.

O Alfredo em qualquer uma das quatro tarefas não consegue apresentar uma argumentação recorrendo à linguagem matemática.

**Síntese do capítulo**

O Alfredo identifica a disciplina de matemática como uma das suas preferidas. Este ainda define a matemática como um conjunto de exercícios ou contas que se relacionam entre si.

O aluno refere a realização do teste como o principal instrumento do processo de avaliação, mencionando ainda o comportamento como um fator a ter em conta. Conclui-se que o aluno tem dificuldade na interpretação e compreensão dos enunciados dos problemas, acentuando-se o grau de dificuldade com a extensão dos mesmos. O aluno apresenta também dificuldade na compreensão das figuras e/ou esquemas.

Quanto ao raciocínio o Alfredo tem dificuldade em explicá-lo através da comunicação matemática tanto no domínio oral como escrito. Contudo, o aluno tem facilidade na utilização da memorização e mecanização para a resolução de problemas.

Este, quando ajudado na interpretação do enunciado, consegue mais facilmente e de forma correta, resolver o problema.

Relativamente ao processo de avaliação das aprendizagens, concluiu-se que o aluno não adquiriu os conhecimentos necessários sobre funções quadráticas. O Alfredo revela ainda dificuldade no raciocínio por não compreender o que é solicitado no enunciado das tarefas, não conseguindo resolvê-las.

## Capítulo 12. MELANIE

### Apresentação

Nos 1.º e no 2.º períodos a Melanie obteve a classificação de 16 valores na disciplina de matemática A, aparentando ser uma aluna constante, nunca tendo reprovado. A Melanie nas aulas de matemática é bastante participativa e concentrada na exposição da matéria. O facto de a aluna ter uma participação ativa nas aulas, revela um estudo contínuo da matéria lecionada, sendo crítica quanto à sua aprendizagem. Quanto às aulas de apoio a aluna não as frequenta com regularidade. A Melanie refere-se à matemática como uma das disciplinas preferidas. Relativamente à profissão desejada, a Melanie ainda não consegue identificar nenhuma, mas pretende prosseguir os estudos no ensino superior.

A escolha desta aluna para o estudo de caso destaca-se pelas caraterísticas enquanto aluna de matemática, pois aparenta ser uma aluna interessada, com intervenções pertinentes e uma eficaz aquisição das aprendizagens.

Para a aluna a matemática consiste na resolução de problemas, em que a aplicação destes à vida real é um fator motivador:

> A matemática para mim é algo importante na minha vida porque é uma coisa que me sinto bem em fazer. É resolver problemas e tentar arranjar solução para os problemas e pode-se enquadrar na nossa vida. Dá-nos volta à cabeça (entrevista, 2/04/2014).

A Melanie estuda matemática através da resolução de exercícios e problemas de fichas que lhe são fornecidas por terceiros, admitindo que não utiliza o manual adotado. O tempo de estudo da aluna é entre 2 a 3 horas por semana:

> **Investigadora:** Como estudas matemática?
> **Melanie:** Fazendo exercícios e problemas.
> **Investigadora:** Todos do livro?
> **Melanie:** Do livro não, arranjo fichas (...).
> **Investigadora:** Quanto tempo por semana estudas matemática?
> **Melanie:** 2h ou 3h, se tanto (entrevista, 2/04/2014).

A aluna afirma que o gosto pela matemática depende do professor que a leciona e da forma como o faz:

> Depende, por quem a dá.  Já tive anos em que gostei mais, outros gostei menos, outros tenho que trabalhar mais porque acho não há aproveitamento na aula.
> A abordagem que fazem da disciplina (entrevista, 2/04/2014).

A Melanie refere que a abordagem da matéria feita pelo professor em sala de aula, tem uma implicação direta no seu aproveitamento. Quando sente que é insuficiente tem a necessidade de estudar mais horas. A aluna indica que o trabalho que a ajuda mais para aquisição das aprendizagens da matemática é a resolução de problemas. A aluna afirma que quando lhe surgem dúvidas recorre à mãe, aos amigos e por último, à professora:

> **Investigadora:** Que tipo de trabalho te ajuda mais a aprender matemática?
> **Melanie:** A resolução de problemas.
> **Investigadora:** Quando tens dúvidas, com quem esclareces?
> **Melanie:** Com a minha mãe, com os meus amigos e com a professora (entrevista, 2/04/2014).

Na preparação para os testes de matemática, a Melanie menciona a resolução dos exercícios como única atividade, afirmando não ter dificuldades na interpretação das questões colocadas nos testes:

> **Investigadora:** Como te preparas para os testes de matemática?
> **Melanie:** Exercícios, exercícios, exercícios.
> **Investigadora:** Tens dificuldade em perceber o que é pedido nas perguntas do teste? Porquê?
> **Melanie:** Não (entrevista, 2/04/2014).

O comportamento é considerado pela aluna, como o aspeto que os professores mais valorizam nas aulas de matemática:

> **Investigadora:** Na tua opinião o que é que nas aulas de matemática os professores mais valorizam?
> **Melanie:** a atitude (entrevista, 2/04/2014).

Quanto ao processo de avaliação a aluna reforça o importante papel da avaliação no processo de ensino-aprendizagem, pois considera que o mesmo contribuiu para a melhoria das notas mais baixas da turma, verificando-se um aumento dos conhecimentos. A Melanie refere a frequência e a utilização de uma diversidade de instrumentos de avaliação como fator relevante para as aprendizagens. O instrumento de avaliação que a Melanie mais aprecia são as questões-aulas, designando-as como 'fichas das aulas':

> Por acaso eu acho que está a ser bom, na medida em que está a ajudar bastantes pessoas do nível mais baixo a conseguirem ter notas mais altas. Porque está a haver muitas avaliações, porque estão a haver muitas fichas e muitos testes, está a ajudar bastante. Eu gosto das fichas das aulas (QA) ( entrevista, 2/04/2014).

A Melanie considera que a percentagem atribuída aos testes de matemática é elevada em comparação às restantes disciplinas:

> Se calhar os testes deviam contar menos porque é 85%, nas outras disciplinas é menos, mas também não há tanto trabalho em matemática, talvez os testes tenham de contar mais obrigatoriamente (entrevista, 2/04/2014).

Contudo refere que a ausência de trabalhos escritos nesta disciplina, obriga a este valor de percentagem.

**Tratamento e Análise da Tarefa**

**Comunicação matemática – Interpretação**

A Melanie na resolução das 4 tarefas mostra algumas dificuldades na compreensão e interpretação dos enunciados, e ainda em estabelecer a relação destes com as figuras apresentadas; apesar disso a aluna não considera ter estas dificuldades. Para avançar na resolução da tarefa e conseguir atingir o objetivo, a aluna necessitou que lhe fossem explicadas por outras palavras as perguntas.

Na primeira parte da tarefa 1, a aluna não conseguiu compreender sozinha qual a estratégia a ser utilizada e por esse motivo teve que recorrer à ajuda da investigadora:

> **Investigadora:** Qual é a expressão da área do jardim que eles nos dão? Está em ordem de que variável?
> **Melanie:** x, por isso é que podíamos fazer um sistema para determiná-lo [y].
> **Investigadora:** Mas não me consegues dizer qual o valor de y? Aqui dizes que $x = 40 - \frac{y}{2}$
> **Melanie:** Ah, substituo o x e fico com o valor do y.
> **Investigadora:** Se reparares a expressão que é dada no enunciado está em ordem a x, por isso não podemos substituir o x. O que temos de fazer? Se usarmos o valor de y, não vamos encontrar a expressão dada no enunciado. O que temos de fazer?
> **Melanie:** Igualar o y a um número ou em função de x
> **Investigadora:** Vou tentar ajudar, se temos 2x= 80 – y quanto é que é o y?
> **Melanie:** Não sei.
> **Investigadora:** Se 2x=80-y então o y é igual a ....
> **Melanie:** y= 80-2x (Tarefa, 27/03/2014).

Na segunda parte, a aluna associa a área máxima à ordenada do vértice da parábola, verificando-se assim o uso do raciocínio indutivo. Quanto à comunicação matemática a aluna apresenta apenas o cálculo do valor de $x$ para o qual a área é máxima, bem como o valor desta área:

> **Melanie:** Ah, já sei. É o vértice da parábola mas com o y.
> **Investigadora:** Porquê o vértice da parábola?
> **Melanie:** Eu sei que isto não é uma parábola, mas tem a equação da parábola.
> **Investigadora:** Se estão a pedir o máximo, porque é que vais calcular o vértice?
> **Melanie:** Porque o vértice é a altura máxima
> **Investigadora:** Porque a parábola está voltada para...
> **Melanie:** Baixo
> **Investigadora:** Como é que sabemos que está voltada para baixo?
> **Melanie:** Por causa do a, que é negativo, é -2
> **Investigadora:** Então qual é a área máxima?
> **Melanie:** 1600m$^2$ (Tarefa, 27/03/2014).

**Raciocínio matemático**

A aluna admite que poucas vezes sente dificuldade em explicar o seu raciocínio, mas quando sente dificuldade em explicá-lo apresenta duas razões: a primeira porque não tem a certeza de ter percebido o pretendido, e a segunda por pensar que o raciocínio que realizou apenas faz sentido para si:

**Investigadora:** Na tua opinião o que é mais importante quando estás a ser avaliado nas aulas de matemática?
**Melanie:** Se consigo ou não chegar ao objetivo, ou se fico pelo caminho.
**Investigadora:** Sentes dificuldade em explicar o teu raciocínio nas questões de matemática? Porquê?
**Melanie:** Poucas vezes.
**Investigadora:** E quando sentes porque é que tens dificuldade?
**Melanie:** Porque se calhar nem eu consigo perceber, ou porque só faz sentido na minha cabeça (entrevista 2/04/2014).

Na Tarefa 2, a Melanie consegue com facilidade relacionar a situação descrita pela roda com o estudo das propriedades dos quatro gráficos apresentados. Na explicação do processo de raciocínio que utilizou, mostra que sabe qual a informação necessária para provar a escolha da opção correta. Pela explicação apresentada pode-se concluir que usou o raciocínio dedutivo na resolução desta tarefa. Relativamente à comunicação matemática oral, a aluna usa de forma correta a linguagem matemática, não apresentando qualquer dificuldade em usá-la:

**Melanie:** Excluí a A porque no eixo dos yy nós vimos a distância ao chão, certo?
Então ela quando sobe, se roda no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio ela vai subir, logo tem de estar a uma distância maior do chão, logo não pode ser para baixo.
**Investigadora:** Então o que podemos dizer da monotonia da função dos 0 aos 15?
**Melanie:** É crescente.
A D, demora muito tempo a voltar a cima, decresce durante muito tempo, eu sei que ela tem de dar uma volta completa num minuto, e aqui já passou e ela ainda não subiu outra vez. (relativamente à C) Vi pelo eixo dos x, porque a roda nunca bate no chão, tem de estar sempre a uma altura mínima do chão, logo não pode ser este o gráfico (tarefa, 27/03/2014).

**Comunicação – Argumentação**

Através da explicação do raciocínio efetuado conclui-se que a aluna na tarefa 2 conseguiu relacionar a situação descrita e os gráficos apresentados:

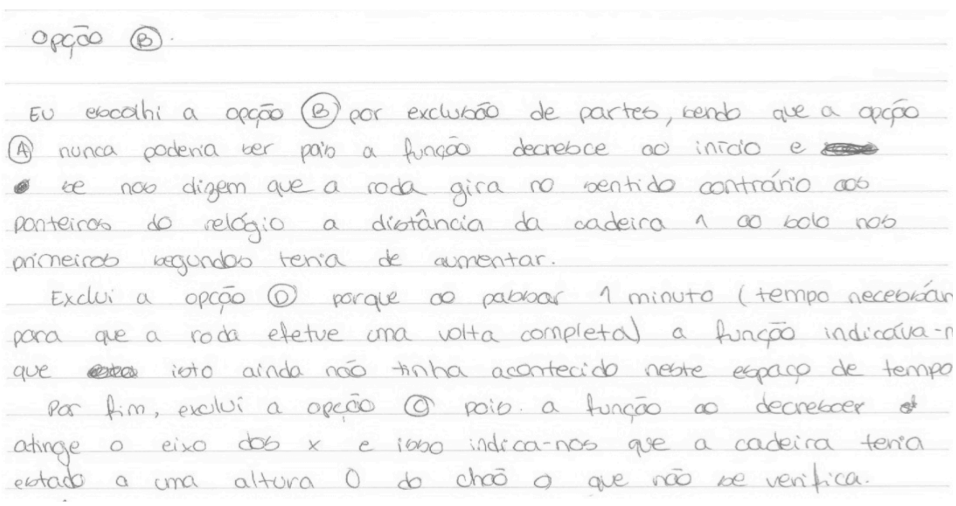
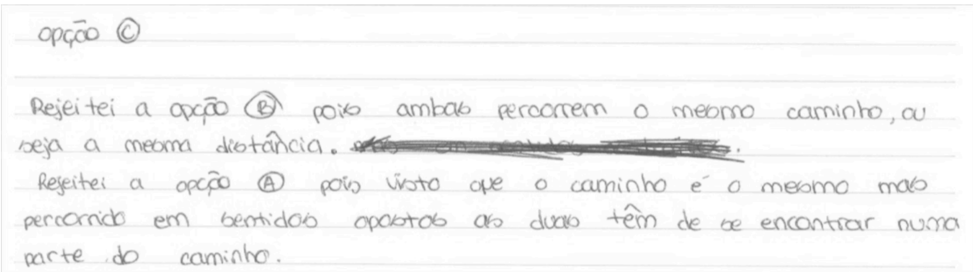

Opção (B).
Eu escolhi a opção (B) por exclusão de partes, sendo que a opção (A) nunca poderia ser pois a função decresce ao início e se nos dizem que a roda gira no sentido contrário aos ponteiros do relógio a distância da cadeira 1 ao solo nos primeiros segundos teria de aumentar.
Exclui a opção (D) porque ao passar 1 minuto (tempo necessár para que a roda efetue uma volta completa) a função indicava-n que isto ainda não tinha acontecido neste espaço de tempo
Por fim, exclui a opção (C) pois a função ao decrescer atinge o eixo dos x e isso indica-nos que a cadeira teria estado a uma altura 0 do chão o que não se verifica.

Figura 12.1 Argumentação escrita pela Melanie na Tarefa 2

No entanto, na tarefa 4 a aluna com a composição apresentada para a escolha do gráfico, revela que não conseguiu relacionar o gráfico da função com o enunciado:


opção C

Rejeitei a opção B pois ambos percorrem o mesmo caminho, ou seja a mesma distância. ~~[illegible]~~.

Rejeitei a opção A pois visto que o caminho é o mesmo mas percorrido em sentidos opostos as duas têm de se encontrar numa parte do caminho.

Figura 12.2 Composição apresentada pela Melanie na Tarefa 4

Com a observação do gráfico (ver figura 12.3), conclui-se que a aluna não conseguiu interpretar a situação descrita na função f, acabando por considerar que o instante inicial da mesma função se situa no instante final:

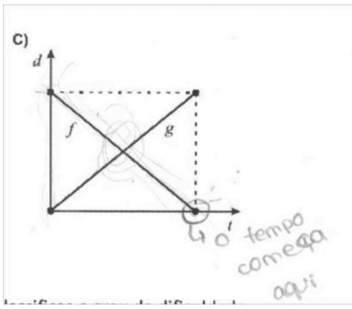



Figura 12.3 Anotação feita pela aluna no gráfico da Tarefa 4

Assim, conclui-se que a aluna aparentemente realizou a leitura do gráfico da direita para a esquerda, evidenciando desta forma que não domina a representação gráfica como efetuou na tarefa 2. A Melanie nas argumentações que apresenta, não utiliza linguagem matemática.

**Síntese do capítulo**

A Melanie refere a matemática como uma das disciplinas preferidas, definindo-a como a resolução de problemas de aplicação na vida real, tornando esse facto motivador para o gosto na mesma.

A aluna menciona a importância do professor de matemática como referencia para gosto ou não da disciplina, ou seja, este tem de lecionar de forma a cativar os alunos. A resolução de problemas é a forma que a aluna identifica para uma melhor aquisição das aprendizagens da matemática.

O comportamento é referido pela Melanie como um dos parâmetros valorizados pelos professores. A Melanie considera crucial o processo de avaliação das aprendizagens referindo que este tem implicação direta no melhoramento das notas mais baixas. A utilização de diversos instrumentos é considerado pela aluna como uma mais-valia no processo de avaliação.

A Melanie reforça a elevada percentagem atribuída aos testes de matemática comparativamente às outras disciplinas.

Quanto às dificuldades sentidas na resolução das tarefas, estas traduzem-se na não compreensão e interpretação do enunciado e/ou das figuras, bem como das representações gráficas, apesar de não reconhecer nenhuma destas dificuldades.

## Capítulo 13. MÓNICA

### Apresentação

A Mónica no 1.º período teve a classificação de 17 e no 2.º período de 18 valores na disciplina de matemática A e durante o seu percurso escolar nunca reprovou. A Mónica nas aulas de matemática, por vezes, é bastante participativa e mostra-se sempre interessada. Esta demonstra ser uma aluna trabalhadora dentro e fora da aula, sendo assídua nas aulas de apoio. A Mónica refere a matemática como a disciplina onde sente mais dificuldade, mostrando por isso alguma insegurança sobre os seus conhecimentos matemáticos nas participações em aula. A aluna pretende prosseguir para o ensino superior porque a profissão desejada é educadora de infância ou psicóloga. A escolha da Mónica para o estudo de caso recaiu pelas caraterísticas desta enquanto aluna de matemática, pois evidencia ser interessada, trabalhadora e com uma boa aquisição das aprendizagens.

Relativamente à matemática, a Mónica refere-a como uma disciplina que no início do seu percurso escolar não gostava, mas que no decorrer do mesmo foi evoluindo. A aluna reforça que o facto de perceber matemática influenciou de forma direta o gosto pela mesma. O facto de não ter necessidade de aplicar os conhecimentos matemáticos no seu dia a dia, é apresentado como um fator irrelevante no interesse pela disciplina. A aluna não identifica a matemática como algo concreto:

> Uma disciplina (...) eu desde pequena que não me dava muito bem com a matemática e com os números. Eu era muito distraída. (...) Mas depois evoluí e fui começando a gostar mais de matemática e a matemática é uma disciplina que se eu percebo eu gosto. Eu não tenho aquela matéria, ai aquela é gira, não, a matéria torna-se interessante quando eu percebo, quando não percebo não gosto. Logo a matemática é assim, aprendemos a gostar. Mas uma coisa que não gosto, é que eu sinto que não preciso da matemática no dia a dia pelo menos eu sinto que não há situações na minha vida em que eu precise da matemática. Mas também acho que a matemática não é algo assim concreto eu acho que também às vezes a matemática há na vida e nós não nos apercebemos, no raciocínio, na maneira como nós pensamos, pronto eu gosto da matemática (entrevista, 2/04/2014).

A aluna considera ainda a matemática como um processo que implica um pensamento e um raciocínio para descodificar algo, reconhecendo a necessidade de a praticar. A Mónica refere importante formular o seu raciocínio sem a interferência da professora:

> A matemática é pensar sobre algo, tentarmos raciocinar, é ligar as várias peças de um puzzle e depois tentarmos perceber, praticarmos. Mas eu também acho que a matemática torna-se muito mais extraordinária quando descobrimos algo, porque às vezes a professora explica um determinado raciocínio e nós percebemos, mas depois nós vamos fazer exercícios, nós estamos a utilizar o raciocínio da professora. Logo ok é giro, porque nós depois acertamos, ok percebi! Mas não fomos nós que descobrimos esse raciocínio. Acho que o que torna a matemática espetacular é quando alguém descobre lá, mas sozinho. Mas quando a professora ensina o raciocínio, não somos nós sozinhos (entrevista, 2/04/2014).

A aluna informa que estuda matemática através da realização de exercícios, com o auxílio da sua irmã, encarando o estudo da mesma como um treino, que implica um determinado raciocínio, realizado em repetição. No seu estudo recorre à revisão de atividades para utilizar o mesmo raciocínio, tendo em conta a memorização e mecanização:

> Faço muitos exercícios sempre, e eu também pronto costumo pedir ajuda à minha irmã e depois fazemos as duas. Mas em matemática eu percebo o raciocínio e depois faço sempre muitos exercícios, estou sempre a treinar, sempre a treinar e sempre que eu acabo os exercícios, quando estou perto do teste eu vou revê-los todos, tudo, a maneira como fiz, a maneira como eu pensei, eu não consigo fazer exercícios e pronto já está, eu tenho de os rever. Sei que assim memorizo a maneira como eu pensei, o meu raciocínio o que é que eu errei e assim sempre um dia antes do teste eu não faço exercícios, só revejo os exercícios que já fiz e eu faço mesmo muitos (entrevista, 2/04/2014).

Para o estudo da matemática, a Mónica opta pela resolução das atividades do manual e do caderno de apoio adotado, bem como das fichas fornecidas pela professora, repetindo ainda as atividades desenvolvidas em aula:

> Os do livro, todos os do livro. Repito os que fazemos na aula. E faço também os das fichas que às vezes a professora dá. E faço também do CA, todos os do CA (entrevista, 2/04/2014).

A Mónica não despende de um número fixo de horas semanais para o estudo da matemática, organizando o seu tempo de acordo com os teste, tendo em conta a matéria que que não conseguiu efetuar a aprendizagem em aula. Esta aluna refere ainda a realização de pelo menos um exercício por dia quando não tem testes:

> É assim, eu organizo-me da maneira como tenho os testes. Se eu tenho um teste de Filosofia mais perto eu não vou estudar matemática. Por exemplo, todos os dias eu tento perceber na aula, por isso também sinto que estou estudar. Vou ao apoio, mas quando estou por exemplo assim, faltam 4 dias para matemática, começo a praticar, fazer exercícios. Mas se eu não tiver muitos testes, muitas coisas faço um bocadinho de matemática todos os dias, um exercício ou dois. (entrevista, 2/04/2014).

A aluna afirma gostar de matemática por esta ser uma disciplina interessante e por se considerar boa aluna na mesma:

> Gosto, porque sou boa, porque se não... sinto que se não ... Agora percebo, sinto que foi uma grande evolução, eu até me lembro no 5.º, 6.º e 7.º eu tinha sempre 3 de um a cinco. Depois no 9.º ano eu estava assim nervosa porque ia ter o exame e então eu comecei a aplicar-me mais a matemática e a tentar perceber e lembro-me que comecei a tirar cincos e muito bons e o stor até me dizia mas tu tinhas 3 no ano passado, pois stor mas agora não. (...) Pronto eu gosto de matemática e acho que é uma disciplina interessante (entrevista, 2/04/2014).

No que concerne à aprendizagem da matemática, a Mónica considera a realização de exercícios como benéfico para a aquisição e revisão dos conhecimentos matemáticos:

> Acho que eu aprendo mais matemática é a fazer exercícios, a praticar e se errei é tentar perceber porquê. É por ai. Eu acho que é muitos exercícios que me ajuda a ter boas

> notas a matemática, é fazer, estar sempre a fazer exercícios, sempre a treinar (2/04/2014).

A Mónica afirma recorrer à professora para o esclarecimento de dúvidas e à irmã quando não percebe a explicação da primeira. Justifica o apoio da irmã pelo facto desta se encontrar num ano escolar próximo e ambas utilizarem o mesmo raciocínio:

> Ou com a professora, mas se não perceber tento sempre com a minha irmã. Que é um ano mais nova. É um bocado embaraçoso, mas eu e ela percebemos o raciocínio e é diferente. Porque eu sinto que enquanto a professora já sabe, explica-me daquela maneira mas ela às vezes não percebe porque é que eu não estou a perceber, porque para ela é muito óbvio e como a minha irmã está no mesmo patamar que eu digamos assim, é uma aluna, ela quando descobre vai-me explicar as etapas todas que a fez pensar assim. E assim eu automaticamente percebo. É sempre diferente (entrevista, 2/04/2014).

A aluna prepara-se para os testes com a resolução de exercícios, com a revisão de testes anteriores e também recorrendo às aulas de apoio para o esclarecimento de dúvidas:

> Faço exercícios, faço os testes, revejo também os testes passados porque a stora está sempre a por matéria, logo vejo, no apoio tiro as minhas dúvidas e faço exercícios (entrevista, 2/04/2014).

Quando confrontada com a dificuldade em interpretar o que é pedido nas questões do teste, a Mónica afirma não ter qualquer dificuldade, porque realiza muitos exercícios acabando por se familiarizar com os vários tipos de questões:

> Não, porque como faço sempre muitos exercícios, ah e quando não percebo o que a pergunta diz e depois vou ver às soluções, ah faço um exercício e vou ver às soluções, não sou capaz de ver tudo no final, tenho de estar sempre a ver se tenho bem ou não. Pronto e acabo por também me familiarizar com as perguntas. Ah, já sei o que é esta, foi aqui à bocado, no outro dia perguntei e tinha errado, já sei. E pronto sempre a fazer exercícios, acabo por memorizar o que é para fazer (entrevista, 2/04/2014).

Considera que a professora valoriza o facto de se conseguir resolver as atividades propostas individualmente, sem recorrer a qualquer forma de auxílio. A perspicácia e o envolvimento da matemática com outros saberes disciplinares é também um dos fatores que a aluna pensa serem valorizados por parte da professora:

> Eu acho que a stora valoriza muito quando nós fazemos algo sem ajuda dos outros sem estar sempre a pedir ajuda. Tentarmos fazer por nós, mesmo que levemos muito tempo a fazer algo, quando chegamos lá, ela valoriza muito esse facto, o nosso percurso sozinhos. (...) Acho que os professores valorizam isso, sermos independentes e acho que valorizam a nossa atenção também e perspicácia e também valorizam quando tentamos envolver a matemática noutras coisas (entrevista, 2/04/2014).

Relativamente ao processo de avaliação, na opinião da aluna, os testes não deveriam ter uma elevada percentagem face a outros aspetos, tais como o comportamento:

> Penso muito assim em todas as disciplinas, eu acho que as vezes os stores valorizam mais os testes porque vale mais no final, mas acho que às vezes posso ter tido um mau teste a matemática mas ter aprendido muito, fiz muitos exercícios, ok correu-me mal. (...) Às vezes sinto que por exemplo logo no primeiro teste, toda a gente com negativas, e por exemplo a M teve 10, mas ela é uma boa aluna, e tenho a certeza que se ela fizesse o teste noutro dia ela ia ter uma boa nota, mas foi um mau dia e um mau momento, e se calhar aquilo vai ficar ali, vai prejudica-la. A avaliação é má nisso, porque é muito concreta e acho que deve ser um bocado ok, mesmo que a pessoa tenha média de 18, se calhar não merece o 18 se calhar o que se limitou a fazer foi a copiar, teve sorte e às vezes uma pessoa que trabalhe e não chegou ao 18, merece mais. Acho que também devem ter em conta isso, a atitude, a matemática não é só o teste não é só o raciocínio (entrevista, 2/04/2014).

A participação oral nas aulas é o elemento que, na opinião da Mónica, se torna o mais valorizado pelos professores, afirmando ainda que o medo de errar é inibidor de uma participação mais ativa:

> Acho importante nós participarmos, tentarmos fazer, não termos medo de errar. Eu sinto às vezes, pelo menos eu que sou boa aluna, às vezes tenho um bocado de medo de dizer alguma coisa, porque sinto que há pessoas que têm muito mais à vontade e dizem logo o que acham mesmo que esteja errado. Às vezes no meu lugar digo as coisas baixinho e até estão mal, e penso ai ainda bem que ninguém ouviu. Na matemática é bom termos à vontade, não termos medo de errar, porque a matemática é isso mesmo é errar. Às vezes uma pessoa que erra depois acaba por aprender e ficar melhor do que aquela que diz logo certo, nunca mais se esquece também. É acertar, fazer bem (entrevista, 2/04/2014).

**Tratamento e análise da Tarefa**

**Comunicação matemática – Interpretação**

A Mónica sentiu dificuldade na compreensão e interpretação dos enunciados das tarefas 1 e 3, assim como em estabelecer a relação destes com as figuras apresentadas, tendo necessitado de ajuda para a reformulação do que era pedido no enunciado:

> (...) Tem muito texto, muitos dados e há dados que pois na resolução nem acabamos por utilizar, é super confuso. Eu acho que ainda não percebi bem este exercício, porque acho estúpida esta pergunta: É golo? Justifica a tua resposta. É um bocado parva. Não sei o que é para fazer. Como é que mostro que é golo? Pra mim é golo se a bola entrar na baliza, ou seja, tem de ser menor que a altura da baliza, não tenho de pensar na barreira, não percebo porque é que tenho de pensar na barreira. Acho este complicado. Aqui qual é a altura máxima, é fácil; é aquela parte do vértice, isso é matemática (entrevista, 2/04/2014).

> Acho que sim... esta parte é que eu não percebo muito bem, "pretende-se que lados consecutivos do jardim, sejam sempre perpendiculares" (tarefa, 31/03/2014).

A Mónica afirma que o elevado número de dados aumenta o grau de dificuldade na interpretação do enunciado:

Não gosto muito deste tipo de exercícios, porque não tem contas. É mais concreto, e este não, é preciso um certo raciocínio, temos de chegar lá, perceber a lógica e depois já está, mas é parecido com os que fizemos nos nossos testes.
(...) (tarefa, 31/03/2014).

A aluna referindo-se aos problemas das tarefas 2 e 4, afirma não gostar dos mesmos, pois não é necessário para a sua resolução efetuar cálculos, apenas sendo preciso relacionar e interpretar os dados do problema com as representações gráficas.

**Raciocínio matemático**

A Mónica afirma por norma utilizar o cálculo para a explicação de um raciocínio, considerando-o como suficiente, referindo ainda ser difícil a utilização da linguagem matemática no domínio escrito:

**Investigadora:** Sentes dificuldade em explicar o teu raciocínio nas questões de matemática? Porquê?
**Mónica:** (...) Não, faço os cálculos e pronto já expliquei. Só quando às vezes aquelas que a stora fez os exercícios das hipóteses daquele texto em que temos de explicar porque é que é aquela hipótese e porque é que não é aquela, até posso explicar bem, mas tenho a certeza que nunca vou ter a cotação máxima, há sempre qualquer coisa que vai falhar, por escrito, a matemática pra mim não é muito bom, complico-me sempre mais. Mas por cálculos não, acho fácil. Mas a escrita na matemática acho difícil (entrevista, 2/04/2014).

Na tarefa 2, a aluna afirma não gostar deste tipo de tarefa, reconhecendo que para a resolução da mesma é necessário recorrer a um determinado raciocínio.

Devido à errada interpretação do enunciado, a aluna apresenta um raciocínio (ver figura 13.1) incorreto na resolução do problema:

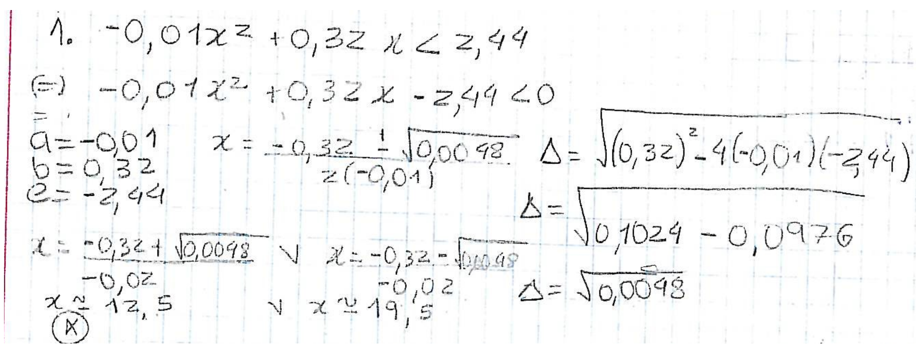



Figura 13.1 Resolução apresentada pela Mónica na Tarefa 3

## Comunicação matemática – Argumentação

A Mónica considera que a comunicação escrita da matemática para a explicação do seu raciocínio torna-se num processo difícil, pois quando recorre a este tipo de comunicação sente que nunca se encontra totalmente correto. Na opinião da aluna a explicação do raciocínio utilizado limita-se à apresentação de cálculo:

> Quando pedem justifica o teu raciocínio? Não, faço os cálculos e pronto já expliquei. Só quando às vezes aquelas que a stora fez os exercícios das hipóteses daquele texto em que temos de explicar porque é que é aquela hipótese e porque é que não é aquela, até posso explicar bem, mas tenho a certeza que nunca vou ter a cotação máxima, há sempre qualquer coisa que vai falhar, por escrito, a matemática pra mim não é muito bom, complico-me sempre mais. Mas por cálculos não, acho fácil. Mas a escrita na matemática acho difícil (entrevista, 2/04/2014).

Quanto à comunicação oral e escrita, a aluna por vezes não usa linguagem matemática para justificar a escolha da opção correta:

> Não estar aqui no zero. A uma distância zero do solo, não porque ela está sempre a uma grande distância, logo estão todos certos. Ela começa e a distância aumenta, não pode descer (gráfico), então este não pode ser. O gráfico A não pode ser porque a distância ao solo diminui (...) a distância ao solo aumenta.
> Depois temos estes dois (B, C e D), que estão todos bem, porque todos começam a aumentar até um certo ponto. Este aumenta até aqui, e depois imagina que vamos para o 3, aumentou, aqui também está sempre a aumentar, mas depois há uma descida (...) (tarefa, 31/03/2014).

Verificou-se ainda que a Mónica na resolução da tarefa 1, consegue encontrar o valor esperado. No entanto, quando comunica oralmente o raciocínio efetuado, denota-se que não domina o conceito de vértice da parábola, ou seja, a aluna apenas memorizou a fórmula:

> **Mónica:** Vou utilizar a fórmula -b/2a
> **Investigadora:** que fórmula é essa?
> **Mónica:** É da parábola...
> **Investigadora:** Porque é que vais usar essa fórmula?
> **Mónica:** Não sei, nunca percebi muito bem porque é assim, sabia que era –b/2a que é para descobrir sempre o x e depois substituir na fórmula para descobrir o y.
> **Investigadora:** Esse x e y são as coordenadas de que ponto?
> **Mónica:** São as coordenadas da parábola, do ponto máximo, do extremo (Tarefa, 31/03/2014).

Na tarefa 4, através da comunicação escrita apresentada pela aluna, verifica-se que não consegue relacionar a informação do enunciado com os gráficos:

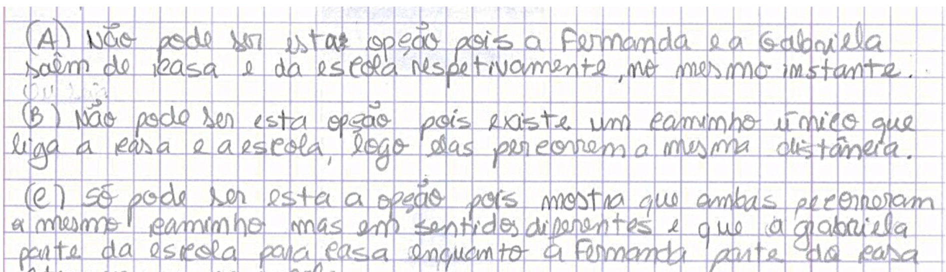

(A) Não pode ser esta opção pois a Fernanda e a Gabriela saêm de casa e da escola respetivamente, no mesmo instante.
(B) Não pode ser esta opção pois existe um caminho único que liga a casa e a escola, logo elas percorrem a mesma distância.
(C) só pode ser esta a opção pois mostra que ambas percorrem o mesmo caminho mas em sentidos diferentes e que a Gabriela parte da escola para casa enquanto a Fernanda parte da casa e termina ~~na~~ na escola.

Figura 13.2 Argumentação apresentada pela Mónica na Tarefa 4

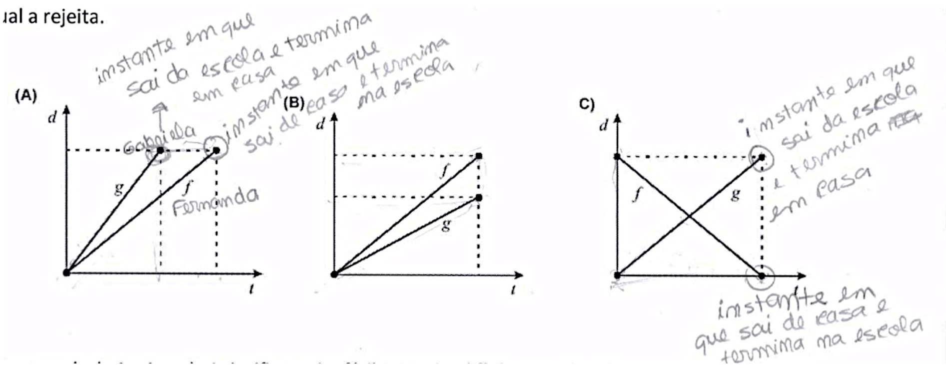



Figura 13.3 Anotações feitas pela Mónica nos gráficos da tarefa 4

Relativamente às aprendizagens da Mónica sobre a função quadrática, conclui-se que existem determinadas lacunas, como por exemplo o conceito de vértice de uma parábola, bem como dificuldade na compreensão e interpretação dos problemas que lhe foram propostos. A Mónica mostra ter dificuldade na utilização da linguagem matemática na argumentação.

**Síntese do capítulo**

A Mónica refere que atualmente gosta da Matemática, pois o facto de percebe-la influenciou esse sentimento de forma direta. A aluna não vê a matemática como algo concreto, pois esta obriga a um pensamento e raciocínio, assim como a sua prática permanente. A aluna pratica matemática realizando atividades, dedicando-se mais à matéria que não conseguiu aprender no decorrer da aula.

A aluna não identifica nenhuma dificuldade relativamente à interpretação das questões, por estar familiarizada com as mesmas. A aluna considera ainda que a professora valoriza o facto de se conseguir relacionar a matemática com os outros saberes. No que diz respeito à avaliação, a Mónica pensa que os testes têm uma elevada percentagem face aos outros elementos, como por exemplo o comportamento.

A aluna refere a participação oral como o fator mais valorizado, contudo o medo de errar torna-se num obstáculo para uma participação mais ativa. A Mónica quando realiza a comunicação escrita do raciocínio menciona sentir dificuldade, pela incerteza da forma como efetua o mesmo. Refere ainda que utiliza o cálculo para a explicação do raciocínio, reforçando não gostar deste tipo de resolução de problemas.

A aluna mostra ter dificuldade em utilizar linguagem matemática quando é necessário justificar. Apresenta ainda dificuldade na interpretação de algumas tarefas, e em estabelecer a relação do enunciado com a figura. Segundo a Mónica, a extensão do enunciado, a diversidade de informação e dados no mesmo, torna a sua compreensão mais complexa.

Quanto às aprendizagens realizadas nota-se que a aluna não domina o conceito de vértice da parábola, evidenciando-se apenas a memorização da fórmula, bem como uma deficiente interpretação do enunciado dos problemas.

## Capítulo 14. JOANA

### Apresentação

A Joana no 1.º e no 2.º períodos obteve a classificação de 17 valores na disciplina de matemática A e durante o seu percurso escolar nunca reprovou. Considera a disciplina de matemática como uma das suas preferidas. É uma aluna bastante participativa nas atividades desenvolvidas na aula, tendo a preocupação de colocar questões pertinentes e de refletir sobre as respostas dadas pela professora, com o objetivo de compreender os significados matemáticos. Tem uma presença assídua nas aulas de apoio, onde quase sempre gosta de resolver atividades que necessitem de um raciocínio mais elaborado. Como profissão desejada, ambiciona ser médica e por isso pensa prosseguir os estudos no ensino superior.

A escolha desta aluna para o estudo de caso destaca-se pelas caraterísticas enquanto aluna de matemática, pois aparenta ser uma aluna interessada, com intervenções pertinentes e com uma boa aquisição das aprendizagens.

Relativamente à conceção da matemática, a aluna refere ser uma forma de pensar que permite a resolução de diversos problemas aplicados à vida real:

> É uma pergunta complicada. A matemática é uma forma de pensar segundo a qual nós conseguimos resolver os vários problemas, quer sejam problemas que se relacionam com o nosso dia-a-dia ou não (entrevista, 3/04/2014).

A Joana estuda matemática através da resolução de exercícios no livro adotado e noutros exercícios que ela própria pesquisa:

> Fora das aulas, não sei. Cerca de meia hora, 45 minutos a contar com os trabalhos de casa (entrevista, 3/04/2014).

A aluna indica que a matemática é a sua disciplina preferida, pois é aquela em que se sente mais à vontade e que lhe desafia o raciocínio:

> A matemática é aquela disciplina que eu mais gosto, que eu me sinto mais à vontade. Desde sempre foi aquela onde tive mais facilidade em perceber as coisas. Gosto de pensar nas coisas e como é que poderia ser e fazer contas (entrevista, 3/04/2014).

O tipo de trabalho que ajuda mais a aluna na aprendizagem da disciplina é a aplicação da matemática à vida real:

> Eu acho que percebo mais facilmente as coisas quando os professores relacionam com coisas do nosso dia a dia, ou quando dão exemplos específicos de coisas em que poderíamos usar cada uma das matérias que damos. (Com as tarefas) é mais fácil perceber porque é que é assim, é mais fácil de relacionar (entrevista, 3/04/2014).

A Joana esclarece as dúvidas com a professora, referindo que também solicita a ajuda do pai:

> Se estou em sala de aula, esclareço com a professora, se não, em casa costumo perguntar ao meu pai (entrevista, 3/04/2014).

A preparação para os testes de matemática é realizada através da revisão da matéria, resolvendo exercícios e ainda se necessário, com o estudo teórico da mesma:

> Costumo fazer exercícios e rever a matéria que vai sair. Se tiver coisas mais teóricas, ler umas quantas vezes para perceber mesmo como é que funciona (entrevista, 3/04/2014).

A Joana afirma que por vezes tem dificuldade em escolher um método de resolução:

> Não na maioria. A minha dificuldade é mais na escolha do método para resolver. Porque há exercícios que nos fazem uma determinada pergunta e podemos usar um método para a resolver ou podemos ir por outro caminho, e às vezes eu não sei muito bem qual o método a usar (entrevista, 3/04/2014).

Segundo a aluna, os professores valorizam o empenho dos alunos na resolução das tarefas, a sua participação nas mesmas e ainda a escolha do método para a sua resolução:

> Acho que os professores valorizam o nosso empenho na realização das tarefas, a nossa participação e a forma como nós tentamos resolver os problemas. Acho que deviam valorizar mais o empenho nalguns casos, porque há pessoas que têm mais dificuldade em perceber determinadas matérias ou alguns exercícios e depois não conseguem ter as notas que querem alcançar e que trabalharam, porque não percebem determinadas coisas. Deviam valorizar mais o esforço de cada um e o trabalho em aula (entrevista, 3/04/2014).

A Joana refere a avaliação como um processo relevante para os professores, com o objetivo de averiguar se as aprendizagens foram ou não adquiridas pelos alunos. Contudo, considera que nem sempre é um processo justo. Esta identifica ainda a rapidez e eficácia na resolução de problemas como sendo um dos aspectos mais valorizados pelos professores:

> Acho que é importante sermos avaliados, para os professores perceberem como é que nós conseguimos resolver as coisas e para nós mesmos percebermos se estamos aptos ou não numa determinada matéria ou tema. Por vezes pode ser também injusto, porque há matérias em que nós temos mais dificuldades e acabamos por ter notas inferiores apesar do nosso esforço. Acho que é importante a rapidez e eficácia com que nós resolvemos os problemas (entrevista, 3/04/2014).

**Tratamento e análise da Tarefa**

**Comunicação matemática – Interpretação**

A Joana apresentou dificuldade na interpretação e compreensão dos enunciados bem como nas figuras das tarefas 1, 3 e 4. A aluna afirma ainda que inicialmente não conseguiu resolver a questão 1 da tarefa 1, por não ter conseguido compreender a figura:

> [Em tarefa 1]
> (...) senti dificuldades porque não estava a conseguir, com o desenho não estava a conseguir fazer os cálculos, porque eu sabia como é que se fazia, sabia como é que tínhamos de chegar ao resultado, mas não estava a conseguir. Acho que não foi por

causa da figura, porque da segunda vez já consegui facilmente, acho que fui mesmo eu que não estava a pensar corretamente, porque acho que o enunciado estava claro (entrevista, 2/04/2014).

[Em tarefa 3]
Na pergunta 1, eu tinha visto só se a bola passava ou não por baixo da barra da baliza, ou seja, se entrava ou não. Não tinha percebido que também tínhamos que ver se a bola passava pela barreira. Não associei a barreira à baliza (entrevista, 2/04/2014).

A aluna apresentou como razão da dificuldade na interpretação dos enunciados, o facto dos mesmos serem extensos e conterem dados que não são necessários para a resolução das questões colocadas, identificando esta situação na tarefa 3:

Senti um bocadinho [dificuldade], porque era demasiada informação e tinha demasiadas coisas escritas. Eu tive de parar e pensar, ah ok, são estes os dados que nós temos então é assim que tenho de fazer (...) (entrevista, 2/04/2014).

A Joana refere que sentiu necessidade de reler algumas vezes o enunciado, mas apesar disso conseguiu compreender o que era pedido:

[Em tarefa 4]
Senti alguma dificuldade porque eu não consegui perceber logo a parte da distância, não sabia a que distância eles queriam. Que era a distância em relação a quê. Só depois de ler várias vezes o enunciado é que consegui perceber que era em relação ao ponto de partida de cada uma delas (...) (entrevista, 2/04/2014).

**Raciocínio matemático**

Na execução do problema a aluna ao elaborar o seu raciocínio recorre aos esquemas dados no enunciado:

**Investigadora:** Na pergunta 3, encontraste alguma(s) dificuldade(s)?
**Joana:** Na pergunta 3 não, porque tínhamos a figura 2 que nos ajudava a perceber como tínhamos que fazer (entrevista, 1/04/2014).

Por vezes, é a própria aluna que cria um esquema de forma a auxiliar o seu raciocínio:

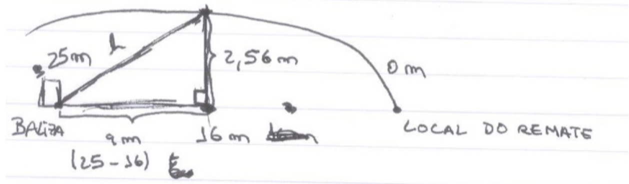



Figura 14.1 Esquema apresentado pela Joana na pergunta 3 da tarefa

**Comunicação matemática – Argumentação**

A aluna considera não ter dificuldade na explicação de um raciocínio, quer seja na forma oral ou escrita. Quando sente dificuldade na explicação do mesmo, atribui como razão o facto dos outros não conseguirem acompanhar/elaborar um raciocínio igual ao seu:

> Não, em explicar não. Ás vezes sinto dificuldade é em fazer as pessoas entender, porque não pensam da mesma maneira que eu ou há determinadas coisas que eu vejo que consigo ir por um caminho mais facilmente e as outras pessoas não conseguem perceber. Na escrita acho fácil (entrevista, 2/04/2014).

A composição que a aluna apresentou para explicação do processo de raciocínio efetuado, demonstra que consegue retirar a informação necessária para argumentar a escolha da opção, ainda que a justificação não refira nenhum dos conhecimentos matemáticos anteriormente aprendidos. Relativamente à comunicação matemática a aluna não utiliza na sua argumentação a linguagem matemática:

Em primeiro lugar, podemos excluir o gráfico C, uma vez que a reta passa no zero, que significaria que houve um ponto em que as cadeiras tocaram no chão, o que não aconteceu.
Como podemos verificar, as cadeiras começaram a rodar no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, que significa que, devido à posição da cadeira da Beatriz, esta começou por aumentar a sua distância ao solo, atingindo o seu ponto mais alto aos 15 segundos, onde a cadeira se encontrava no ponto 3, que corresponde a um quarto ($\frac{1}{4}$) da roda, logo a $\frac{1}{4}$ do tempo percorrido (que foi de 60 segundos). Após esta subida, a distância ao solo diminui, atingindo o seu ponto mínimo (7) aos 45 segundos ($\frac{3}{4}$ da roda e $\frac{3}{4}$ do tempo total). Com isto, podemos excluir os gráficos A e D, ficando com o gráfico B como o gráfico da função.

Figura 14.2 Composição apresentada pela Joana na resolução da Tarefa 2.

Com a explicação oral feita pela Joana, verificou-se alguma insegurança relativamente ao cálculo das coordenadas do vértice:

> **Joana:** Eles pediam a área máxima, ou seja tinha de ser no vértice da parábola. Como tem o menos antes do a.
> **Investigadora:** A parábola tem a concavidade voltada para cima ou para baixo?
> **Joana:** Tem a concavidade virada para baixo, ou seja tínhamos de encontrar o valor máximo, que é o vértice, que é –b/2a, depois resolvíamos isso, deu-me 10.
> Depois fazíamos o A(10), para descobrirmos qual era a área máxima.
> **Investigadora:** Na tua folha escreves V=10, o que significa isto?
> **Joana:** É o vértice.
> **Investigadora:** Então estás a dizer que o vértice é 10?
> **Joana:** Sim, acho que sim (tarefa, 1/04/2014).

No cálculo da abcissa do vértice, nas tarefas 1 e 3, escreve $V = \frac{-b}{2a}$ em vez de $x = \frac{-b}{2a}$, verifica-se que a aluna não tem domínio da escrita matemática:

1.2. $V_{máx} = \frac{-b}{2a} \Leftrightarrow V = \frac{-40}{2(-2)} \Leftrightarrow V = \frac{-40}{-4} \Leftrightarrow V = 10$

$a(10) = -2 \times 10^2 + 40 \times 10 + 1400$

$a(10) = -200 + 400 + 1400$

$a(10) = 1600\ m^2$

Figura 14.3 Resolução da pergunta 2 da tarefa 1, apresentada pela Joana.

**Síntese do Capítulo**

A aluna considera a matemática como uma das suas disciplinas preferidas, definindo-a como uma forma de pensar que permite a resolução de vários problemas de aplicação na vida real. A Joana refere a matemática como um desafio ao seu raciocínio. Apresenta os problemas matemáticos com que se depara no quotidiano como facilitadores a sua aprendizagem matemática. Afirma sentir dificuldade em escolher o método adequado para a resolução de problemas. Menciona ainda três aspectos que os professores valorizam: o empenho na resolução das tarefas, a participação nas mesmas e o método de escolha de resolução. Estes valorizam também a rapidez e a eficácia na resolução de problemas.

A aluna evidencia o processo de avaliação por o considerar benéfico na identificação das aprendizagens adquiridas. Diferencia a utilização da comunicação oral da comunicação escrita, afirmando ter dificuldade na comunicação matemática no que se refere ao domínio oral. Apresenta ainda dificuldade na compreensão das figuras do enunciado, apontando negativamente a extensão dos mesmos bem como o excesso de informação. A aluna recorre à esquematização para explicar o seu raciocínio, conseguindo desta forma obter a informação necessária para construir a sua argumentação.

## Capítulo 15. Conclusão

A presente investigação teve por base quatro tarefas e uma entrevista aplicada a cinco alunos de uma turma de 10.º ano, que a investigadora acompanhou durante o ano letivo de 2013/2014.

A metodologia escolhida foi a qualitativa, tendo-se optado pela realização de estudos de caso. Com os cinco estudos de caso, pretendeu a investigadora identificar no processo de avaliação das aprendizagens, qual o papel do raciocínio e da comunicação matemática, num contexto de resolução de problemas. Mais concretamente pretendeu responder às seguintes questões:

1. De que forma os alunos utilizam o raciocínio?
2. Quais as dificuldades dos alunos na utilização de comunicação matemática?
3. De que forma a resolução de problemas por parte dos alunos permite avaliar as suas aprendizagens?

Pretendendo fazer uma sumula do quadro conceptual, abordaremos os temas desenvolvidos anteriormente.

O ensino secundário permite aos alunos a oportunidade de adquirirem diversas aprendizagens (D.R., 1.ª série – n.º129, D.L. n.º 139/2012 de 5 de julho, capítulo II, secção I, artigo 6.º). Relativamente ao ensino da matemática, esta tem mostrado evolução na sua forma de lecionação, tornando-a compreensível na transmissão de factos, teorizações e interações no âmbito da sua atuação (Programa e Metas Curriculares de Matemática A, 2013). Assim, espera-se que este percurso escolar capacite os alunos, tendo em conta três aspetos: utilizar a matemática na interpretação e intervenção na vida real; aplicar o raciocínio e o pensamento científico, assim como saber comunicar matematicamente. A investigadora propôs-se desenhar um percurso com cinco alunos do 10.º ano, debruçando-se sobre o processo de avaliação das suas aprendizagens.

Avaliar, pode traduzir-se num instrumento de regulação no ensino das aprendizagens (Cardinet, 1986; Carrasco, 1989; Lopes & Silva, 2012; Perrenoud, 1999; Semana & Santos, 2008). Torna-se pertinente referir que este processo para além de identificar o que os alunos sabem e o que são capazes de realizar, deverá conseguir identificar todos os conhecimentos que não são diretamente observáveis, promovendo a igualdade de oportunidades, tendo em conta as caraterísticas específicas de cada aluno e ainda, permitir a participação de todos os intervenientes neste processo, por forma a torná-lo um processo transparente. Por fim deverá também permitir a reflexão sobre os resultados obtidos. É importante mencionar que a avaliação não deverá ser apenas seletiva, mas também conseguir medir as aquisições das aprendizagens do aluno no decorrer do seu percurso escolar (NCTM, 1999). Assim, apresentam-se dois tipos de conceito de avaliação: avaliação sumativa e avaliação formativa.

A avaliação sumativa consiste numa avaliação final de um determinado período ou ciclo escolar, assumindo por vezes caráter pontual (Hadji, 1994). Este tipo de avaliação permite hierarquizar por níveis as aprendizagens, bem como realizar uma medição dos alunos pelo sucesso ou insucesso obtido (Pacheco, 1998).

Durante o percurso escolar do aluno a avaliação formativa tem em conta diversos momentos avaliativos (Bloom, Hastings & Madaus, 1983). Esta permite uma consciencialização do aluno relativamente ao seu próprio processo de aprendizagem, numa perspetiva de diagnóstico, proporcionando um guia tanto para o professor como para o aluno (Hadji, 1994). Assim, o Ministério da Educação (2001) informa que o processo de avaliação das aprendizagens deve ter em conta um caráter formativo e autoformativo, prevenindo para que este não seja realizado apenas como um produto final, mas envolvendo o aluno no mesmo, permitindo-lhe ser ativo, reflexivo e responsável pela aquisição das suas próprias aprendizagens. É relevante mencionar o valor educativo da avaliação, em que a planificação, recolha de dados e a interpretação, estejam interrelacionadas neste processo.

Então, conclui-se que a avaliação para as aprendizagens se realiza através da avaliação formativa, e que a avaliação das aprendizagens se concretize pela avaliação sumativa, ambas utilizando instrumentos próprios de avaliação a que os professores podem recorrer (Abrantes, et. al., 1997).

As tarefas matemáticas podem ser realizadas tendo em conta dois aspetos: o nível de estruturação e o nível de desafio matemático que estas proporcionam (Ponte, 2005). Para o desafio matemático é necessário conhecimentos para a resolução da tarefa, podendo este conhecimento variar entre reduzido e elevado (idem).

O exercício e o problema diferenciam-se pelo grau de desafio. Apesar da diferença entre ambos, o conhecimento necessário para responder ao desafio colocado, influencia esta mesma distinção, pois o que para uns pode ser considerado um problema para outros pode ser um exercício (Boavida et al., 2008; Ponte, 2005). Um problema define-se por ser necessário alcançar uma estratégia de forma a chegar à sua resolução (Boavida et al., 2008; NCTM, 2007). É notório que com a evolução do ensino-aprendizagem da matemática está hoje em dia orientada para a resolução e compreensão de problemas, não sendo apenas uma mera aquisição de conceitos. Assim, a resolução de problemas é considerada uma tarefa importante no currículo de matemática (Abrantes, 1998; Boavida et al., 2008; Menino & Santos, 2004). A resolução de problemas pode ser um processo motivador de utilização da comunicação matemática, tanto no domínio oral como escrito, sendo ainda considerada uma estratégia para a recuperação de conhecimentos anteriormente apreendidos (NCTM, 2007).

Espera-se que com o processo de ensino aprendizagem da matemática os alunos adquiram e desenvolvam competências na área do raciocínio matemático, pois este permitirá uma maior compreensão da situação matemática (Ponte, Pereira & Henriques, 2011; Semana & Santos, 2008). É importante que os alunos utilizem o raciocínio matemático através de conceitos, representações e procedimentos matemáticos (NCTM, 2007).

A resolução de problemas traduz-se como um dos instrumentos utilizados no processo de avaliação das aprendizagens, promovendo a capacidade de raciocínio matemático (Ponte et al., 2012; Semana & Santos, 2008).

O professor é responsável pela promoção da realização de tarefas que permitam ao aluno utilizar o raciocínio matemático, bem como à explicação e clareza do mesmo (Semana & Santos, 2008).

A comunicação matemática permite aos alunos exporem e fundamentarem as suas próprias resoluções mostrando o raciocínio efetuado, culminando naquilo que se designa por comunicação instrutiva (Rodrigues, 2010). A comunicação matemática pode ser realizada através de linguagem escrita ou oral (NCTM, 2007). É ainda essencial que os alunos consigam discutir a sua própria argumentação com outros, recebendo os contributos dos mesmos, num processo que irá permitir desenvolver, discutir e refletir os argumentos matemáticos (Ministério da Educação, 2007). A argumentação é uma fase do processo de resolução de problemas crucial para a finalização, organização e sistematização dos mesmos (idem).

As dificuldades temáticas do quadro conceptual articulam-se de acordo com o esquema desenvolvido no decurso deste trabalho que interliga teoria e prática (ver figura 15.1)

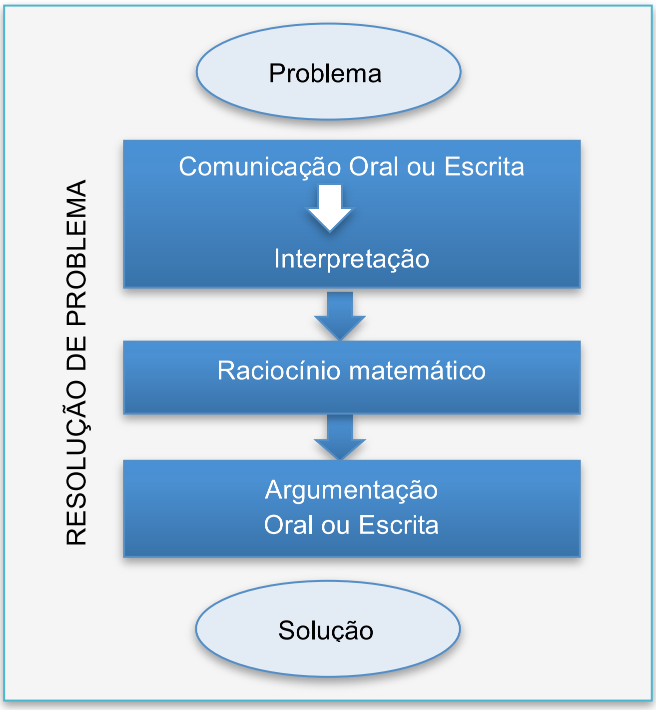



Figura 15.1 Avaliação das aprendizagens através do raciocínio e da comunicação quando o aluno é colocado em situação de resolução de problema

De acordo com esta visão articulada, um aluno perante um problema matemático apresentado na forma oral ou escrita, deverá interpretá-lo e de seguida formular um raciocínio matemático. Para argumentar sobre o mesmo, o aluno deverá utilizar linguagem matemática na forma oral ou escrita. Assim, este processo com a aplicação das três fases (ver figura 15.1), termina com a apresentação da solução do problema.

Com a análise dos dados apresentados foi possível concluir que:

**Comunicação matemática – Interpretação**

Na sua maioria, os alunos sentiram dificuldade na compreensão e interpretação dos enunciados, tendo sido necessário reformulá-los, recorrendo a outras palavras que não as iniciais, de forma a que os alunos conseguissem resolver o(s) problema(s). Assim, tal como identificado por Ponte et al. (2007), verifica-se a importância de estabelecer uma linguagem matemática entre professor e aluno, para que este se familiarize com a comunicação matemática.

Alguns alunos referiram que o facto de não compreenderem as figuras lhes dificultava a resolução dos problemas. Os alunos, de uma forma geral, apresentaram a extensão do enunciado e a quantidade de dados que aparecem no mesmo, como causa do aumento da dificuldade sentida. Dois alunos apresentaram ainda como dificuldade, o facto de não conseguirem relacionar o enunciado com a figura. Por esta razão, torna-se pertinente que o professor em contexto de sala de aula promova a utilização da comunicação matemática, de forma a que esta se torne constante no processo de ensino-aprendizagem, como também é referido em Ponte et al. (2007). Poderia ainda ser de considerar um aumento na quantidade de problemas colocados aos alunos onde fosse necessária a interpretação de figuras.

**Raciocínio matemático**

De um modo geral, constatou-se que na resolução de problemas, os alunos adotam como estratégia construir o seu raciocínio através da execução de esquemas ou apresentando apenas cálculo. Alguns também recorrem à formulação de representações mentais. Verifica-se que de forma geral os alunos elaboram o seu raciocínio aplicando conhecimentos matemáticos adquiridos e consolidados anteriormente, desenvolvendo desta forma as suas competências matemáticas conforme é referido pelo NCTM (2007) e também por Oliveira (2008). No entanto, nalguns casos, verifica-se que para a elaboração do raciocínio, os alunos recorrem à aplicação de procedimentos por mecanização e memorização. Por último, a generalidade dos alunos referiu sentir dificuldade em explicar o raciocínio elaborado para a resolução do problema.

**Comunicação matemática – Argumentação**

Constatou-se que alguns alunos apresentam dificuldade na argumentação de um raciocínio no domínio da linguagem matemática na forma oral e escrita e, sempre que necessitam de argumentar em torno de um raciocínio, não recorrem à linguagem matemática, apesar de estar previsto nas orientações do Ministério da Educação como sendo uma das capacidades a atingir pelos alunos.

**Avaliação das aprendizagens**

Relativamente à avaliação das aprendizagens conclui-se que os alunos apresentam, de uma forma geral, dificuldade na interpretação do enunciado, bem como na compreensão das figuras presentes no mesmo, dificuldade em relacionar a situação descrita pelo gráfico; dificuldade na utilização da linguagem matemática durante o processo de argumentação e dificuldade na elaboração e explicação do seu raciocínio. No entanto, as aprendizagens relativas ao estudo da função através do gráfico, foram adquiridas pela maioria dos alunos, subsistindo apenas algumas dificuldades em torno do vértice da parábola.

Parece assim poder concluir-se que a conceptualização desenvolvida no decorrer deste estudo tem potencialidades para a avaliação das aprendizagens dos alunos num contexto de resolução de problemas. Com efeito, esta permite ao professor diagnosticar e identificar as necessidades/dificuldades dos alunos por parte do professor, de acordo com Abrantes et al. (1997) e Tinoco (2011).

Esta investigação permitiu identificar o papel do raciocínio e da comunicação matemática em contexto de resolução de problemas, tendo em vista o processo de avaliação das aprendizagens. Condicionalismos de tempo tiveram implicação ao nível da gestão e organização do desenho de pesquisa, que poderia ter sido enriquecida com o recurso a uma maior diversidade de instrumentos de recolha de dados, com o intuito de aprofundar o conhecimento relativamente à exploração e desenvolvimento da utilização da argumentação por parte do aluno.

Espera-se contudo que este estudo contribua para um maior reconhecimento relativamente à forma como o raciocínio e a comunicação matemática são importantes quando se pretende averiguar a aquisição de uma aprendizagem matemática, e que contribua para realçar a importante função do professor na promoção do desenvolvimento e da utilização da comunicação matemática escrita e oral na sala de aula.

**Referências Bibliográficas**


Abrantes, P. (1988). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática*, 8, 7-10 e 35.

Abrantes, P., Leal, L., Teixeira, P. & Veloso, E. (1997). *Mat789. Inovação curricular em matemática. Propostas de atividades para os alunos.* Lisboa: APM.

Abrecht, R. (1994). *A avaliação formativa*. Rio Tinto: Edições ASA.

Allal, L. (1986). Estratégias de avaliação formativa: conceções psicopedagógicas e modalidades de aplicação. In L. Allal, J. Cardinet & P. Perrenoud (Orgs.). *A Avaliação Formativa num Ensino Diferenciado* (pp. 175 - 196). Coimbra: Livraria Almedina.

Angrosino, M. (2008). *Etnografia e observação participante: Coleção Pesquisa Qualitativa*. São Paulo: Artmed, Consultado a 19 de abril de 2014, em http://books.google.pt/books?id=sIUfqvzo3Q8C&printsec=frontcover&dq=observa%C3%A7%C3%A3o+participante&hl=ptPT&sa=X&ei=FJhRUqPJcOUtQb8lIDwAg&ved=0CDAQ6AewAA#v=onepage&q=observa%C3%A7%C3% 3o%20participante&f=false.

Associação de Professores de Matemática (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM e IIE.

Bloom, B., Hastings, J. & Madaus, G. (1983). *Manual de Avaliação Formativa e Somativa do Aprendizado Escolar.* São Paulo: Enio Matheus Guazzelli & CIA.

Boavida, A. (1993). *Resolução de Problemas em Educação Matemática – contributos para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores.* Dissertação de mestrado. Universidade Nova de Lisboa.

Boavida, A., et al (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Continua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico.* Lisboa: ME/DGIDC.

Bogdan, R., Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação.* Porto: Porto Editora.

Cardinet, J. (1986). A avaliação formativa um problema atual. In L. Allal, J. Cardinet & P. Perrenoud (Orgs.). *A Avaliação Formativa num Ensino Diferenciado* (pp.13 – 23). Coimbra: Livraria Almedina.

Cândido, Patrícia T. Comunicação em Matemática. In: Diniz & Smole (Org.). (2001) *Ler, escrever e resolver problemas:* habilidades básicas para aprender matemática,(p. 15-28), Porto Alegre: Artmed.

Carrasco, J. (1989). *Como avaliar a aprendizagem*. Rio Tinto: Edições Asa.

Chaves, J. & Coutinho, C. (2002). O estudo de caso na investigação em Tecnologia Educativa em Portugal. *Revista Portuguesa de Educação da Universidade do Minh*o, 15 (1), 221-243.

Dias. P. (2005). *Avaliação reguladora no ensino secundário processos usados pelos alunos em investigações matemáticas.* Tese de Mestrado. Lisboa: APM.

Duarte, J. (2000). A resolução de problemas no ensino da Matemática. *Educação & Comunicação*, 4, (pp. 97-100).

Fernandes, D. (2006). Para uma teoria da avaliação formativa. *Revista Portuguesa de Educação*, 19 (2), 21-50.

Fernandes, D. (2007). A avaliação das aprendizagens no sistema Educativo Português. *Educação. Educação e Pesquisa*, São Paulo, 33(3), 581-600.

Fernandes, A. (2011). *Relatório de Estágio*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: FCT UNL.

Giddens, A. (2007). *Sociologia*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Guerreiro, A. (2011). *Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: práticas no 1.º ciclo do ensino básico.* Tese de Doutoramento. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ketele, J. (2006). Caminhos para a Avaliação de competências. *Revista portuguesa da pedagogia,* (40) 3, pp. 135-147.

Lippmann, L. (2009). *Ensino da Matemática.* Curitiba: IESDE. Consultado a 10 de abril de 2014, em http://books.google.pt/books?id=l4RITyyM8U4C&pg=PA2&lpg=PA2&dq=Lippmann+(2009)+o+ensino+da+matematica&source=bl&ots=6UXxp9uXYj&sig=4cLHH6bku9FzmyMdN_w8zaihcw&hl=ptPT&sa=X&ei=SzJYU8GgF7Lb7AbE44DgBA&ved=0CC8Q6AEwAA#v=onepage&q=Lippmann%20(2009)%20o%20ensino%20da%20matematica&f=false.

Lopes, J. & Silva, H. (2012). 50 Técnicas de Avaliação Formativa. Lisboa-Porto: Lidel.

Lupinacci, V. & Botin, M. (2004). Resolução de problemas no ensino da matemática. Em Atas do *VII Encontro Nacional de Educação* (pp 1-5). Recife: Universidade Federal de Pernambuco. Consultado a 9 de abril de 2014, em http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/MC18361331034.pdf.

Magalhães, A. (2003). As transformações do mercado de trabalho e as novas identidades individuais e coletivas; a reconfiguração do papel do estado e da Cidadania. Violência na e da escola (pp. 39-47). Porto: Afrontamento.

Mendes, I. (2009). Matemática e investigação em sala de aula – Tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Livraria da Física. Consultado a 8 de abril de 2014, em http://books.google.pt/books?id=iRdAuNIICkC&pg=PA7&dq=Matem%C3%A1tica+e+investiga%C3%A7%C3%A3o+em+sala+de+aula,+Tecendo+redes+cognitivas+na+aprendizagem.&hl=ptPT&sa=X&ei=t_1XU53LNIav7AbAmID4CQ&ved=0CDAQ6AEwAA#v=onepage&q=Matem%C3%A1tica%20e%20investiga%C3%A7%C3%A3o%20em%20sala%20de%20aula%2C%20Tecendo%20redes%20cognitivas%20na%20aprendizagem.&f=false.

Mendonça, A. (2009). *O Insucesso Escolar: Políticas Educativas e Práticas Sociais – Um estudo de caso sobre o Arquipélago da Madeira.* Mangualde: Edições Pedágo, Lda.

Menino, H. & Santos, L. (2004). Instrumentos de avaliação das aprendizagens em matemática. O uso do relatório escrito, do teste em duas fases e do portefólio no 2º ciclo do ensino básico. Em Atas do *XV SIEM (Seminário de Investigação em Educação Matemática,* (pp. 271-291). Lisboa: APM.

Ministério da Educação (2001). Matemática: Programa de Matemática A - 10º ano. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2012). Decreto – Lei nº 139/2012. Diário da República nº 129, p. 3481.

Ministério da Educação e Ciência (2013). Programa e Metas Curriculares Matemática A: Ensino Secundário, Curso Científico-Humanísticos de Ciência e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas.

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática Escolar.* Lisboa: APM.

NCTM (1999). *Normas para a avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.* Lisboa: APM.

Oliveira, P. (2008). O Raciocínio Matemático à Luz de uma epistemologia soft. *Educação e Matemática*, 100, 3-9.

Pacheco, J. (1998). A avaliação da aprendizagem. In Leandro Almeida e José Tavares (org.). *Conhecer, aprender e avaliar*, (pp. 111-132), Porto: Porto Editora.

Pereira, J. (2012). O raciocínio matemático em alunos do 9.º ano no estudo dos números reais e inequações. Tese de Mestrado. Lisboa: IEUL.

Pereira, J., & Ponte, J. (2011). *Raciocínio matemático em contexto algébrico uma análise com alunos do 9.º ano.* Lisboa: FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia.

Perrenoud, P. (1999). *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens - entre duas lógicas* (pp. 11 – 41). Porto Alegre: Artmed.

Pólya, G. (1995). *A arte de Resolver Problemas: Um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência.

Ponte, J. (1994a*). O estudo de caso na investigação em educação matemática.* Quadrante, 3 (1), 3-18.

Ponte, J. (1994b). Uma disciplina condenada ao insucesso? *NOESIS*, 32, 24-26.

Ponte, J. (2003). *O ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?* In *O ensino da Matemática: Situação e perspetivas* (pp. 21-56). Lisboa: Conselho Nacional de Educação.

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J., Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. *Praxis Educativa*, 7(2), pp. 355-377.

Ponte, J., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J., Veia, L., Viseu, F., (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 39 – 74.

Poupart, J. (2008). A entrevista de tipo qualitativo: considerações epistemológicas, teóricas e metodológicas. In: Poupart, J. et al. *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos,* (pp. 215-253). Petrópolis: Vozes.

Rodrigues, M. (2010). In Matos, J., Domingos, A. Carvalho, C., Teixeira, P. (Orgs.). Comunicação no Ensino e na Aprendizagem da Matemática (pp. 24 - 50). *Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.* Lisboa: FCT da UNL Campus da Caparica.

Rosado, A., Silva, C. (1999). Conceitos básicos sobre a avaliação das aprendizagens. In V. Ferreira (Ed.). *Pedagogia do Desporto*, Estudos 6 (pp.21-44). Lisboa: Edições FMH.

Santos, L. (2002). Autoavaliação regulada: porquê, o quê e como? In Paulo Abrantes e Filomena Araújo (Orgs.), *Avaliação das aprendizagens. Das conceções às práticas* (pp. 75-84). Lisboa: ME-DEB.

Santos, L. (2005). A avaliação das aprendizagens em Matemática: Um olhar sobre o seu percurso. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 169-187). Lisboa: APM.

Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes & C. Rodrigues (Eds.), *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios* (pp. 11-35). Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Santos, L. (Org.), Pinto, J., Rio, F., Pinto, F., Varandas, J., Moreirinha, O., Dias, P. & Bondoso, T. (2010). *Avaliar para Aprender: Relatos de experiências de sala de aula do pré-escolar ao ensino secundário*. Porto: Porto Editora

Saraiva, M. (2008). Raciocinar em Matemática com imagens visuais vagas e com intuição. *Educação e Matemática*, 100, 29-32.

Semana, S. & Santos, L. (2008). A Avaliação e o Raciocínio Matemático. *Educação e Matemática*, N.º 100, 51-60.

Serrazina, L., Vale, I., Fonseca, H., & Pimentel, T. (2002). Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo & A. F. Dionísio (Eds.), *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 41-58). Lisboa: SEM-SPCE.

Tinoco, M. (2011). *A avaliação das Aprendizagens dos Alunos na Disciplina de Educação Visual Tecnológica – Um Estudo Exploratório.* Tese de Mestrado. Braga: Instituto de Educação da Universidade do Minho.

Varandas, J. (2000). *Avaliação de investigações matemáticas: uma experiência*. Tese de Mestrado. Lisboa: UL.

Weisz, T. & Sanchez, A. (2006). *O diálogo entre o ensino e a aprendizagem.* São Paulo: editora Ática.

Yin, R. (2009). *Case study research – design and methods*. Thousand Oaks: Sage Publications.

# Anexos

**Índice**

# **Anexo A.** Guião de Entrevista

**Guião Da Entrevista**
Tema: **A avaliação no ensino da matemática**
**Parte I A representação da matemática pelos alunos**
**1.** O que é para ti a matemática
**2.** Como estudas matemática?
**3.** Quanto tempo por semana estudas matemática?
**4.** Gostas da disciplina de matemática? Porquê?

**Parte II Processo da aprendizagem da matemática**
**5.** Que tipo de trabalho te ajuda mais a aprender matemática?
**6.** Quando tens dúvidas, com quem esclareces?
**7.** Como te preparas para os testes de matemática?
**8.** Tens dificuldade em perceber o que é pedido nas perguntas do teste? Porquê?
**9.** Na tua opinião o que é que nas aulas de matemática os professores mais valorizam?

**Parte III Processo de Avaliação**
**10.** O que pensas da avaliação?
**11.** Na tua opinião o que é mais importante quando estás a ser avaliado nas aulas de matemática?
**12.** Sentes dificuldade em explicar o teu raciocínio nas questões de matemática? Porquê?

**Parte IV – Processo de resolução das tarefas**
Tarefa 1
**13.** Na realização da tarefa 1, sentiste alguma dificuldade relativamente ao enunciado e/ou à interpretação da figura?
**14.** O facto de teres solicitado na tarefa 1 apoio na interpretação da figura, achas que isso foi importante para a resolução do exercício?

Tarefa 2
**15.** Na tarefa 2 sentiste alguma dificuldade relativamente ao enunciado; à interpretação da figura 1; gráfico A; gráfico B; gráfico C; Gráfico D?

Tarefa 3
**16.** Na realização da tarefa 3, sentiste dificuldade relativamente ao enunciado? E na interpretação das figuras 1 e 2?
**17.** Na pergunta 1, que dificuldade ou dificuldades encontraste?
**18.** Na pergunta 3, encontraste alguma(s) dificuldade(s)?

Tarefa 4
**19.** Na realização da tarefa 4, sentiste dificuldade em relacionar a situação descrita no enunciado com os gráficos?
**20.** Sentiste dificuldade em escrever a razão da rejeição dos dois gráficos incorretos?
**21.** Das 4 tarefas que realizaste em qual ou quais sentiste maior dificuldade? Porquê?
**22.** Das quatro tarefas que realizaste, em qual ou quais sentiste maior dificuldade? Porquê?

**Parte V Considerações finais**
**23.** Gostarias que te tivesse colocado mais alguma questão? Qual?

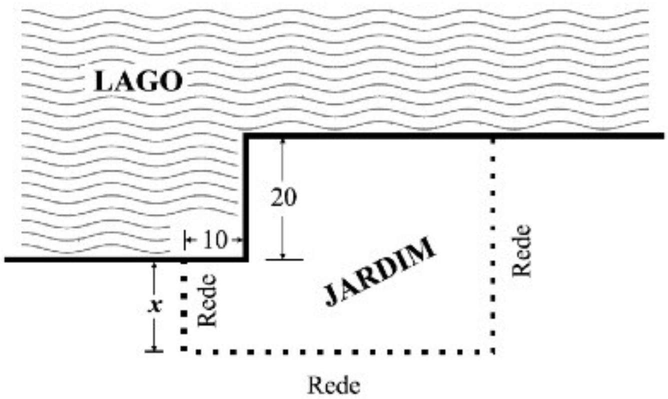
# **Anexo B.** Tarefas

**Nome:**____________________________________________________ **Data:**___________

**Tarefa 1**

Na resolução dos seguintes itens, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Pretende-se construir um jardim junto a um lago, conforme a figura ilustra.
Três lados do jardim confinam com o lago e os outros três ficam definidos por uma rede.
Pretende-se que lados consecutivos do jardim sejam sempre perpendiculares.




As dimensões indicadas na figura estão expressas em metros.
Tal como a figura mostra, $x$ é a medida, em metros, de um dos lados do jardim.
Vão ser utilizados, na sua totalidade, 100 metros de rede.

1.1 Mostra que a área, em $m^2$, do jardim, é dada, em função de $x$, por

$$a(x) = -2x^2 + 40x + 1400$$

1.2 Sem recorrer à calculadora, determine o valor de $x$ para o qual é máxima a área do jardim e determine essa área máxima.

Teste Intermédio de Matemática A

Numa escala de 1 a 4, onde 1 significa muito fácil e 4 muito difícil, como classificas o grau de dificuldade da tarefa 1?

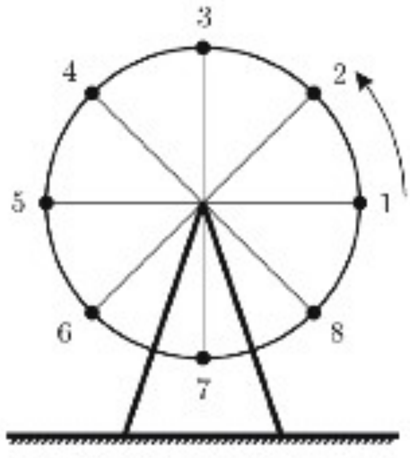
Apresenta duas razões para esta classificação

- __________________________________________________________
- __________________________________________________________

**Nome:**____________________________________________________ **Data:**___________

**Tarefa 2**

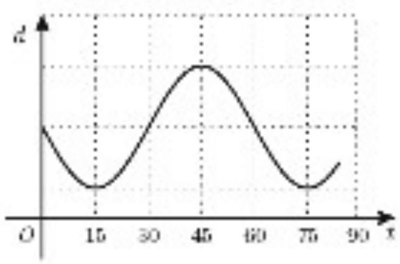
Na figura 1, está representada uma roda gigante de um parque de diversões.



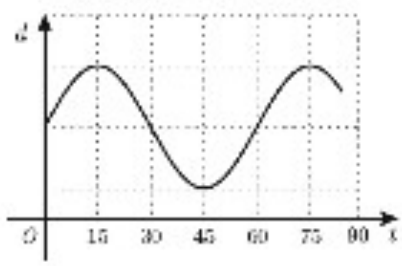

Um grupo de amigos foi andar nessa roda.
Depois de todos estarem sentados nas cadeiras, a roda começou a girar.
Uma das raparigas, a Beatriz, ficou sentada na cadeira número 1, que estava na posição indicada na figura 1, quando a roda começou a girar.
A roda gira no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio e demora um minuto a dar uma volta completa.
Seja d a função que dá a distância da cadeira 1 ao solo, t segundos após a roda ter começado a girar.

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função d? Justifica.

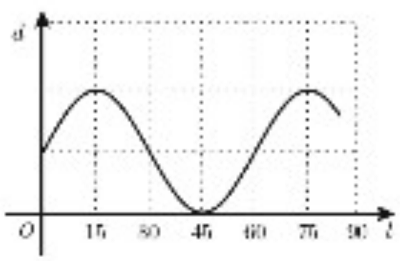
**(A)**



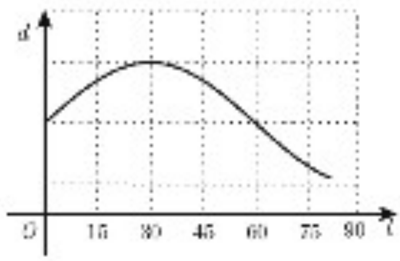

**(B)**




**(C)**




**(D)**




Adaptado do Teste Intermédio de Matemática A

Numa escala de 1 a 4, onde 1 significa muito fácil e 4 muito difícil, como classificas o grau de dificuldade da tarefa 2?

Apresenta duas razões para esta classificação

- ______________________________________________________________
- ______________________________________________________________

Nome:______________________________________________ **Data:**__________

Tarefa 3

| Na resolução dos seguintes itens, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. |
|---|

Num jogo de futebol, vai ser cobrado um livre, a 25 metros da baliza (ver figura 1)

A barreira está à distância regulamentar de 9,15 metros da bola.
O plano da trajectória da bola é perpendicular à linha de golo.
A bola pode não passar a barreira ou pode passar por cima dela.
Se passar por cima da barreira, a bola segue na direcção da baliza, fora do alcance do guarda-redes.
Admita que só pode acontecer uma das quatro situações seguintes:

- a bola não passa a barreira;
- a bola sai por cima da barra da baliza;
- a bola bate na barra da baliza;
- a bola entra na baliza.

Na barreira , o jogador mais alto tem 1,95 metros de altura.
A barra da baliza está a 2,44 metros do chão.

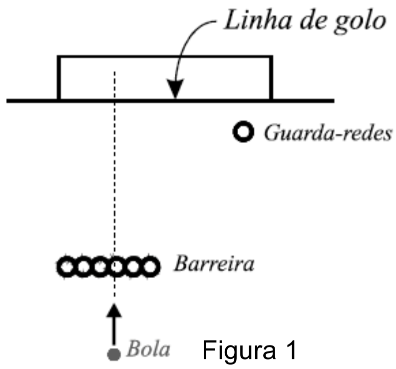



Figura 1

Admita que, depois de rematada, a bola descreve um arco, de tal modo que a sua altura, relativamente ao solo, medida em metros, é dada por

$$f(x) = 0{,}32x - 0{,}01x^2$$

Sendo x a distância, em metros, da projecção da bola no solo ao local onde ela é rematada (ver figura 2).

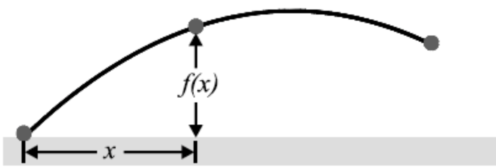



Figura 2

Resolve os itens seguintes, utilizando exclusivamente métodos analíticos. Podes utilizar a calculadora, para efetuar cálculos numéricos.

1. É golo? Justifica a tua resposta.
2. Qual é a altura máxima atingida pela bola?
3. A que distância da linha de golo está a bola, quando atinge a altura máxima?
   Apresenta o resultado em metros, arredondado às décimas.

Itens Matemática A – 10.ºano

Numa escala de 1 a 4, onde 1 significa muito fácil e 4 muito difícil, como classificas o grau de dificuldade da tarefa 3?

Apresenta duas razões para esta classificação

- ____________________________________________________________
- ____________________________________________________________

Nome:______________________________________________ Data:__________

Tarefa 4

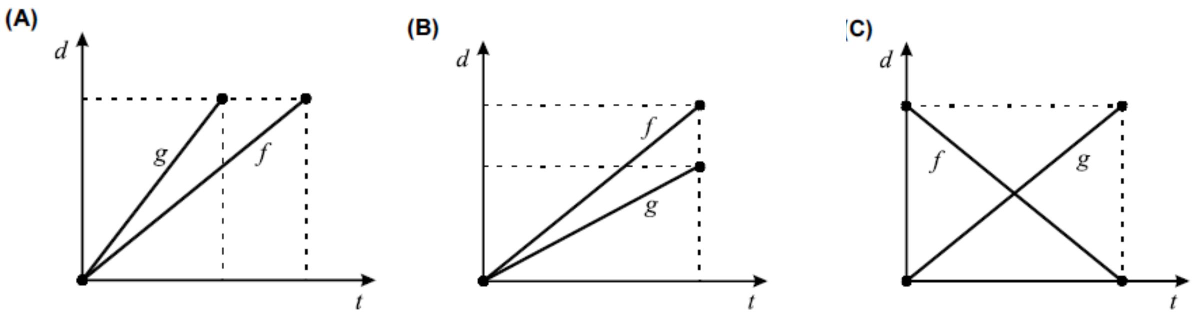
A Fernanda e a Gabriela são duas irmãs que frequentam a mesma escola. Certo dia, a Fernanda está em casa e a Gabriela está na escola. Num certo instante, a Fernanda sai de casa e vai para a escola e, no mesmo instante, a Gabriela sai da escola e vai para casa. Há um único caminho que liga a casa e a escola. Ambas fazem o percurso a pé cada uma delas caminha a uma velocidade constante.

Seja $f$ a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Fernanda, t minutos depois de ter saído de casa (a contagem do tempo tem início quando a Fernanda sai de casa e termina quando ela chega à escola).

Seja $g$ a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Gabriela, $t$ minutos depois de ter saído da escola (a contagem do tempo tem início quando a Gabriela sai da escola e termina quando chega a casa).

Indica em qual das opções seguintes podem estar representadas graficamente as funções $f$ e $g$.

Numa pequena composição, apresente, para cada uma das outras duas opções, uma razão pela qual a rejeita.




Adaptado do Teste Intermédio de Matemática A

Numa escala de 1 a 4, onde 1 significa muito fácil e 4 muito difícil, como classificas o grau de dificuldade da tarefa 4?
Apresenta duas razões para esta classificação

- ____________________________________________
- ____________________________________________

# **Anexo C**. Autorizações

**Anexo C.1** Autorização do Presidente do Agrupamento

Pedido de Autorização

Exma. Sr.ª Presidente do Agrupamento de Escolas de [redacted]

Informo que pretendo desenvolver com os alunos do 10º ano da turma CT2 da Escola Secundária com 3º ciclo Padre António Vieira, nas aulas de matemática e em tempos extra curriculares, em datas a combinar com os intervenientes, uma investigação para analisar o modo como os alunos resolvem tarefas de natureza exploratória e investigativa.

Neste sentido, solicito a V.Exª autorização para desenvolver com cinco alunos da turma CT2, um trabalho de investigação assim como recolher alguns dados dos alunos da turma, no âmbito da resolução de tarefas matemáticas, a fim de poder interpretar, compreender e analisar seu raciocínio e a aquisição da aprendizagem das funções quadráticas e polinomiais.

Ressalvo que todos os dados recolhidos serão confidenciais e só serão usados para evidenciar a experiência do ensino que pretendo realizar.

Depois de obter a autorização de V. Ex.ª, pretendo pedir autorização aos Encarregados de Educação para a recolha de registo áudio durante as sessões, informando-os do objetivo do meu estudo e do meu compromisso em manter o anonimato dos alunos e da escola.

Informo ainda que esta investigação não interfere no normal funcionamento das atividades letivas.

Com os melhores cumprimentos

24 de março de 2014

A Professora Estagiária de Matemática

______________________________

Maria do Carmo Botelho

**Anexo C.2** Autorização Encarregados de educação

ESCOLA SECUNDÁRIA COM 3.º CICLO PADRE ANTÓNIO VIEIRA
Mestrado em Ensino da Matemática

Autorização

______________________________________________, Encarregado de Educação do(a) aluno(a) _____________________________________________________, nº____________, da turma CT2 do 10º ano, tomei conhecimento dos objetivos do projeto de educação no âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, da Universidade Nova de Lisboa, e __________________________ (autorizo/não autorizo) a participação do meu educando.

Relativamente às entrevistas a realizar ou a outras tarefas que envolvam o meu educando, no âmbito deste projeto de investigação, ____________________________ (autorizo/não autorizo) a recolha de informação áudio e o seu uso para efeitos da investigação, com a salvaguarda do respetivo anonimato.

25 de março de 2014
O Encarregado de Educação
________________________________

ESCOLA SECUNDÁRIA COM 3.º CICLO PADRE ANTÓNIO VIEIRA
Mestrado em Ensino da Matemática

Pedido de Autorização – Encarregado de Educação

Exmo. Sr.
Encarregado de Educação

Maria do Carmo Botelho, professora estagiária de Matemática na Escola Secundária com 3º ciclo Padre António Vieira a acompanhar a turma CT2 do 10º ano, vem solicitar autorização para o envolvimento do seu educando no projeto de investigação em educação, que está realizar no âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, da Universidade Nova de Lisboa.

Este projeto tem como principais objetivos caraterizar, compreender e analisar a forma como os alunos trabalham alguns dos conteúdos dados na disciplina de matemática em tarefas de natureza exploratória e investigativa.

O trabalho a realizar com os alunos terá por base a realização de algumas tarefas individuais e uma avaliação/reflexão final, estando previstas quatro sessões, duas em horário letivo e duas em horário previamente acordado com os alunos.

O calendário provisório das sessões será:

- Quarta-feira 26-03-2014
- Segunda-feira 31-03-2014
- Terça-feira 1-04-2014
- Quarta-feira 2-04-2014

Os dados recolhidos em suporte digital (áudio) serão usados exclusivamente para o objetivo desta investigação, não sendo divulgados os nomes dos alunos participantes.

Antecipadamente grata pela sua colaboração e do seu educando.

25 de março de 2014
A Professora Estagiária de Matemática

______________________________
Maria do Carmo Botelho

# **Anexo D.** Projeto 10x10

# $\overline{MA}$ = DISTÂNCIA ENTRE MATEMÁTICA E ARTE

CONCEÇÃO PAULA REIS E ANTÓNIO-PEDRO

APRESENTAÇÃO PAULA REIS, ANTÓNIO-PEDRO, MARIA DO CARMO BOTELHO, E ALUNOS DO 10º ANO, TURMA CT2

ESCOLA ESCOLA SECUNDÁRIA C/ 3º CICLO PADRE ANTÓNIO VIEIRA/ AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE ALVALADE, LISBOA

DURAÇÃO 45'

LOCAL AUDITÓRIO 2

AGRADECIMENTOS DIRECÇÃO DA ESCOLA PADRE ANTÓNIO VIEIRA, ALDARA BIZARRO, HUGO BARATA.

## ENQUADRAMENTO DO PROJETO NA ESCOLA

A turma envolvida é o 10ºCT2, de Ciências e Tecnologias. A turma tem 13 raparigas e 13 rapazes. Um grupo significativo destes alunos pensa mudar de área de estudos, o que gera grande desinteresse e falta de empenho, não só nesses alunos, como no grupo em geral. É uma turma com fracos resultados em todas as disciplinas, especialmente em matemática.
Maria do Carmo Botelho, da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, esteve presente em todas as aulas e tem uma ótima relação com os alunos. Participou ativamente em todos os momentos do projeto 10×10.
Os alunos entusiasmaram-se com o projeto. Aderiram com entusiasmo a todas as atividades propostas e corresponderam muito bem em sala de aula, mas não mostraram sentido de responsabilidade nem empenhamento quando lhes foi pedida alguma tarefa fora das aulas. Para muitos dos alunos o projeto representou uma oportunidade de se tornarem mais atentos aos outros e simultaneamente mais afirmativos em situações que poucas vezes a matemática proporciona.

## DESCRIÇÃO SUMÁRIA DO PROCESSO

O processo iniciou-se com a prioridade de António-Pedro (artista) e Paula Reis (professora) se conhecerem, de conhecerem a turma e do artista conhecer a matéria que ia ser abordada durante o projeto.
Para se instalar de imediato o 10×10, desde a primeira aula que a professora fez exercícios e jogos de criação de grupo. O artista iniciou o seu trabalho assistindo a algumas aulas, para conhecer turma e professora. Deste primeiro período de trabalho e reflexão resultou a decisão de se avançar para:



"Fotos de Família" → fotos dos alunos, professora, estagiária e artista, no sentido de ajudar a criar uma turma que acabava de se conhecer;
Exercícios e jogos de criação de grupo, de quebra-rotina, de concentração e escuta – normalmente realizados no início da aula e relacionados com matemática, sempre que possível;
Para além destas propostas mais genéricas surgiram projetos ligados à aprendizagem concreta de certos conteúdos:
O Bolo → utilização de bolos cúbicos para introduzir as "secções produzidas num sólido por intersecção com planos", uma matéria onde costuma haver dificuldades de visualização espacial;
Mantramática → criação de uma ladainha musical para memorização das fórmulas das equações da reta, circunferência e esfera.
Entretanto, o artista quis aprender a matéria para melhor perceber como poderia atuar – a sua ignorância matemática revelou-se uma micropedagogia não prevista e algo cómica. Sentou-se ao lado de uma aluna com fracos resultados, que passou as aulas a explicar-lhe a matéria. No final, a aluna estava completamente motivada e pediu para ter o artista sempre ao seu lado! Esta tentativa de estudo da matéria por parte do artista foi entretanto abandonada... por ser irrealista na dimensão temporal deste projeto.
Não previstos à partida, mas importantes pedagogicamente, foram os trabalhos de grupo, em que se realizaram duas curtas-metragens:
*A última vingança de Fermat* → sobre história da matemática, recorrendo apenas a telemóveis;
*O Código* → sobre teoria dos números e os códigos. Um filme feito com fotografias e narração ao vivo, no qual a construção do argumento implicou uma compreensão profunda da matéria (até por parte do artista!).
Estes trabalhos e os outros trabalhos de grupo foram apresentados aos colegas, numa aula filmada para potenciar a concentração dos alunos.
A escassez de tempo acabou por ser a maior dificuldade na realização e aprofundamento de todas as propostas desenvolvidas.

## PAULA REIS

Professora efetiva do Grupo 500-Matemática. Licenciada em Matemática, com Pós-graduação em Matemática para o Ensino. Atualmente é coordenadora do Departamento de Matemática e Ciências Computacionais do Agrupamento de Escolas de Alvalade, Delegada de Grupo de Matemática, orientadora de estágios e perita portuguesa para o Baccalauréat Europeu de Matemática.

## ANTÓNIO-PEDRO

Músico e cineasta. Atualmente, para além de compor para dança, cinema e vídeo, desenvolve projetos de "cinema ao vivo", como *Sopa nuvem – um thriller gastronómico*, (uma encomenda do CCB), e realiza vários espetáculos e ateliês onde filma, toca e compõe, tentando aprofundar a relação entre imagem, música e som. É codiretor artístico da Companhia Caótica.

**Anexo E.** Grelha de Observação

| Grelha de Observação dos alunos participantes no estudo de caso | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nomes Fictícios | Sexo | Reprovações | Bom Comportamento | Assiduidade | Pontualidade | “Aluno Bom” | “Aluno Razoável” | Interessado e empenhado |
| Mário | M | 0 | X | X | X | | 12 valores | X |
| Alfredo | M | 0 | X | X | X | | 10 valores<br>14 valores | X |
| Melanie | F | 0 | X | X | X | 16 valores | | X |
| Mónica | F | 0 | X | X | X | 17 valores<br>18 valores | | X |
| Joana | F | 0 | X | X | X | 18 valores | | X |